Revista Pratica Docente | ISSN: 2526-2149
Instituto Federal de Mato Grosso–Campus Confresa
Volume 10, e25003
Janeiro/Dezembro, 2025

10.23926/RPD.2025.v10.e25003.id1012

Matemática e suas tecnologias

Revista Prática Docente

Imagens Conceituais Evocadas sobre Continuidade de uma Função

Evoked Concept Images of the concept of Continuity of a Function

Imágenes conceptuales evocadas sobre la continuidad de una función

Maria Alice de Vasconcelos Feio Messias[1] **João Cláudio Brandemberg**[2]

Resumo

Este estudo teve o objetivo de apresentar uma análise das imagens conceituais evocadas por estudantes universitários acerca do conceito de continuidade de uma função. Para tanto, realizou-se um estudo diagnóstico com quinze discentes do curso de licenciatura em matemática de uma universidade pública localizada em Belém (Pará). Os sujeitos responderam a um conjunto de tarefas sobre o conceito de continuidade de uma função; suas respostas foram analisadas, conforme os pressupostos da teoria sobre Imagem e Definição Conceitual (Vinner, 1991). Evidenciou-se que as imagens conceituais dos sujeitos investigados foram pautadas, sobretudo, em uma compreensão de continuidade de funções vinculada à ideia de conectividade, inteireza, fluidez, ausência de saltos e/ou buracos em suas representações gráficas. A relação entre domínio, limite e continuidade se configurou como um fator de conflito cognitivo para grande parte dos estudantes envolvidos no estudo.

Palavras-chave: Imagem Conceitual. Definição Conceitual. Continuidade de uma Função.

Abstract

The study described in this paper has the aim of presenting an analysis of Evoked Concept Images of college students about the concept of continuity of a function. A diagnostic study was developed with fifteen students in a mathematics course at a public university located in Belém (Pará). The students answered a group of tasks involving the concept of continuity of a function; Their answers were analyzed according to the assumptions of the Theory of Concept Image and Concept Definition (Vinner, 1991). It was verified that the concept image of the investigated students was based on the comprehension of continuity as connectivity, wholeness, fluidity, absence of jumps and/or holes in their graphic representations. Most students experienced cognitive conflict when attempting to understand the relationship between domain, limit, and continuity.

Keywords: Concept Image. Concept Definition. Continuity of a Function.

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo presentar un análisis de las imágenes conceptuales evocadas por estudiantes universitarios respecto concepto de continuidad de una función. Para ello, se realizó un estudio de diagnóstico con quince estudiantes de la carrera de matemáticas de una universidad pública ubicada en Belém (Pará), de manera que estos sujetos respondieran a un conjunto de tareas que involucraban el concepto de continuidad de funciones; sus respuestas fueron analizadas, según los supuestos de la teoría sobre Imagen y Definición Conceptual (Vinner, 1991. Fue evidente que las imágenes conceptuales de los sujetos investigados se basaron, sobre todo, en una comprensión de continuidad de funciones ligada a la idea de conectividad, completitud, fluidez, ausencia de saltos y/o agujeros en sus representaciones gráficas. La relación entre Dominio, Límite y Continuidad se configuró como un factor de conflicto cognitivo para la mayoría de los estudiantes involucrados en el estudio.

Palabras Clave: Imagen Conceptual. Definición Conceptual. Continuidad de una función.

1 Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM/UFPA). Professora Adjunta da Faculdade de Matemática do Campus Universitário Sálinas da Universidade Federal do Pará (UFPA). E-mail: alicemessias@ufpa.br

2 Doutorado em Educação (UFRN). Professor Titular do Instituto de Ciências Exatas e Naturais (ICEN) da Universidade Federal do Pará (UFPA). E-mail: brand@ufpa.br

INSTITUTO FEDERAL
Mato Grosso
Campus Confresa

1. INTRODUÇÃO

A apreensão de conceitos no âmbito do Cálculo Diferencial e Integral tem sido parte constituinte do objeto de estudo em diferentes pesquisas (Meyer, 2003; Jayakody, 2015; Messias, 2013; Amatangelo, 2013; Rachelli, 2017; Messias, 2018; Imafuku, 2018). Nesses estudos é possível observar a importância de vincular a aprendizagem matemática a um amplo conjunto de interações, bem como múltiplas representações de objetos matemáticos, e não somente à memorização de definições e habilidades operatórias. Nessa perspectiva e tendo em vista as experiências na docência em Cálculo dos autores, objetivou-se, com esse trabalho, discutir aspectos relacionados à compreensão de estudantes acerca do conceito de continuidade de uma função.

É pertinente destacar que o conceito de continuidade de uma função é de grande importância para a construção de uma base mais sólida da esfera de conhecimentos do Cálculo. O Teorema do Valor Médio para derivadas e integrais, por exemplo, é aplicável somente para funções contínuas, portanto, para utilizá-lo, o indivíduo precisa averiguar a continuidade da função em um dado intervalo ou domínio (Messias; Brandemberg, 2021). Nessas condições, qualquer dificuldade e/ou fragilidade no que tange a esse conceito pode levar o sujeito a uma compreensão equivocada acerca de outros conhecimentos e de situações matemáticas no contexto do Cálculo.

Considera-se, nessa perspectiva, a seguinte pergunta: que elementos compõem a imagem conceitual de estudantes sobre continuidade de uma função no ponto? Para respondê-la fez-se necessária uma discussão acerca de parte dos resultados obtidos em Messias (2018), tendo em vista a multiplicidade de interpretações atreladas ao referido conceito.

Frente à problemática enunciada, apresenta-se nesse trabalho uma análise das múltiplas interpretações sobre continuidade de uma função evocadas por estudantes de graduação de um curso de licenciatura em matemática a partir dos pressupostos da teoria sobre Imagem e Definição Conceitual (Vinner, 1991) conforme delineamento metodológico apresentado na seção subsequente.

2. PROCEDIMENTO METODOLÓGICOS

A pesquisa realizada teve natureza qualitativa, do tipo descritiva e permitiu o desenvolvimento de uma análise acerca da compreensão de estudantes sobre continuidade de uma função, por meio da qual foi possível conjecturar sobre interpretações dos sujeitos investigados frente a tarefas envolvendo este conceito.

Entende-se, assim como Strauss e Corbin (1998, p. 23), que o termo ‘pesquisa qualitativa’ está relacionado a “qualquer tipo de pesquisa que produza resultados não alcançados através de procedimentos estatísticos ou outros meios de quantificação”. Dessa maneira, o enfoque qualitativo desse estudo esteve vinculado, sobretudo, à descrição e interpretação dos resultados obtidos e à consequente produção de significados para o objeto de estudo.

Segundo Gil (2008) e Freitas e Jabour (2011), a pesquisa descritiva tem como objetivo descrever características de dada população ou fenômeno, bem como estabelecer relações entre variáveis, fato que está em consonância com a investigação realizada neste estudo, uma vez que as análises dos resultados permitiram a descrição de características de um fenômeno de interesse, nesse caso, as imagens conceituais de estudantes sobre o conceito de continuidade de uma função.

A relação estabelecida entre o objeto de pesquisa e os pressupostos da teoria sobre Imagem e Definição Conceitual na perspectiva de Vinner (1991) levou à formulação da questão norteadora que orientou esse estudo que, por sua vez, teve o objetivo de analisar as interpretações de estudantes de um curso licenciatura em matemática sobre continuidade a partir de elementos de suas imagens conceituais evocadas. Para que o referido objetivo fosse alcançado foi solicitado que quinze estudantes, que já haviam cursado a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, respondessem a um conjunto de questões envolvendo o conceito de continuidade de uma função.

As imagens conceituais evocadas pelos sujeitos investigados foram, também, relacionadas a compreensões sobre continuidade que têm sido observadas pela literatura. Na seção subsequente, discorre-se sobre algumas dessas compreensões.

3. COMPREENSÕES SOBRE CONTINUIDADE NO ÂMBITO DA LITERATURA

A natureza do conceito de continuidade é constantemente vinculada a uma concepção dinâmica, por meio da qual atribui-se direcionalidade, movimento e fluidez à função (Núñez et. al., 1999; Amatangelo, 2013; Jayakody; Zazkis, 2015; Messias, 2018). Tal compreensão pode ser evidenciada em expressões do tipo 'a função se move sem interrupções', 'a função flui', ou ainda, 'a função é desenhada sem retirar o lápis do papel', as quais, segundo Tall e Vinner (1981), Cornu (1991) e Jayakody (2015) são decorrentes do próprio uso coloquial do termo continuidade.

A concepção de movimento atrelada à função implica, para muitos estudantes, na compreensão de que sua representação gráfica não apresenta 'saltos', 'buracos' ou 'quebras' (Tall; Vinner, 1981; Vinner, 1987; Núñez *et al.*, 1999; Messias; Brandemberg, 2015, entre outros). A presença de assíntotas na representação gráfica de determinadas funções também é interpretada como uma 'causa' para a descontinuidade da função, uma vez que implica, nessas condições, em um 'salto'.

Brandemberg e Messias (2016) ressaltam que, para muitos alunos, o fato de uma função estar escrita em partes implica em 'buracos', 'saltos' ou 'quebras' em seu gráfico e, consequentemente, em algum ponto ou intervalo de descontinuidade na função. Percebe-se, então, que a ideia de continuidade tem sido vinculada à noção de conectividade (Cornu, 1991; Jayakody, 2015; Messias, 2018). Desse modo, as funções destacadas na figura 1 seriam consideradas descontínuas em $x = 2$.

Figura 1 – Representação gráfica de h(x) e t(x)

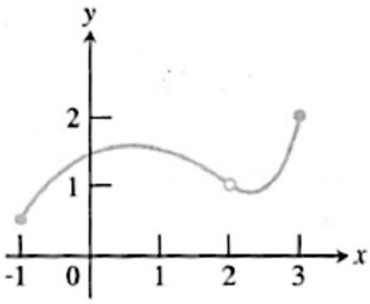


Figura 1a – Gráfico de h(x)

Fonte: Finney et al (2002, p. 128)

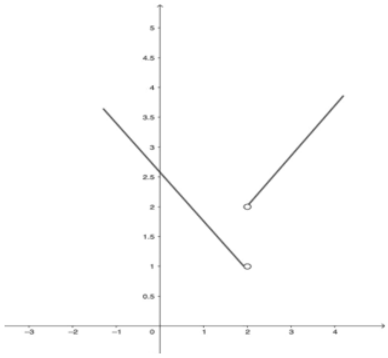


Figura 1b – Gráfico de t(x)

Fonte: Elaborado pelos autores

No entanto, observa-se as funções h(x) e t(x) sob três perspectivas, evidencia-se que:

(i) Partindo da compreensão de continuidade no ponto não é possível avaliar a continuidade das referidas funções em x = 2, isso porque, elas não estão definidas nesse ponto;

(ii) Partindo da compreensão de continuidade em um intervalo pode-se afirmar que nenhuma das funções é contínua em [-1, 3], já que para tal, é necessário que elas sejam contínuas em cada ponto desse intervalo;

(iii) Finalmente, é possível afirmar que essas funções são contínuas em cada ponto de seu domínio.

Tall e Vinner (1981), Vinner (1987), Amatangelo (2013), Denbel (2014) e Jayakody (2015) apontaram que, em geral, os estudantes condicionam a continuidade em determinado ponto à existência do limite nesse ponto. Entende-se que essa interpretação pode contribuir para que a relação entre limite e continuidade se configure como um fator de conflito em potencial. Para fins de reflexão acerca de tal percepção, pode-se considerar as funções representadas na figura 2.

Figura 2 – Representação gráfica de s(x) e v(x)

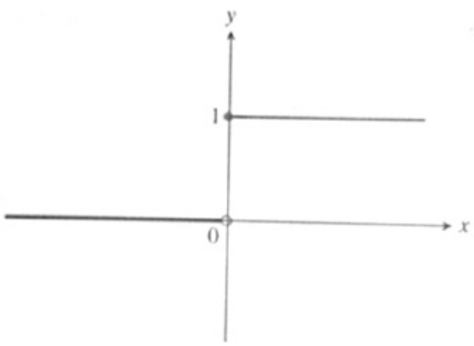


Figura 2a – Gráfico de s(x)

Fonte: Finney et al (2002, p. 88)

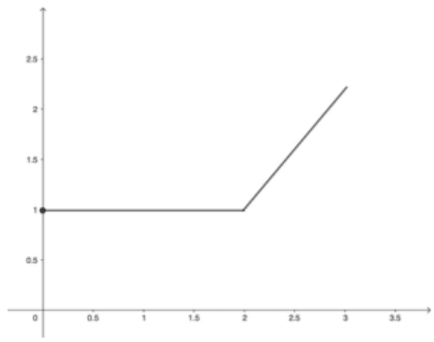


Figura 2b – Gráfico de v(x)

Fonte: Elaborado pelos autores

Uma compreensão que condicione a continuidade em um ponto à existência do limite nesse ponto seria suficiente para que um sujeito respondesse que a função da figura 2a não é contínua em x = 0, uma vez que f(0) = 1 e $\lim_{x \to 0^+} s(x) \neq \lim_{x \to 0^-} s(x)$. Seguindo o mesmo raciocínio, o sujeito poderia afirmar que a função da figura 2b não é contínua em x = 0, pois o limite não existe quando x → 0. Isto é, a menos que fosse evocado o conceito de continuidade na extremidade à direita ou à esquerda de um ponto, a continuidade em seria avaliada de maneira equivocada.

Mediante os aspectos apontados, observa-se que estudantes de Cálculo investigados em diferentes estudos têm mobilizado uma pluralidade de interpretações sobre continuidade de uma função, as quais encontram-se, sobretudo, vinculadas a uma concepção natural, em que é atribuído direcionalidade, movimento, fluidez e inteireza à função. Além disso, ficou evidente nos apontamentos da literatura que as condições que implicam na (des) continuidade de uma função em um ponto ou ao longo de um intervalo são costumeiramente interpretadas de maneira equivocada pelos estudantes.

4. QUADRO TEÓRICO: A TEORIA SOBRE IMAGEM E DEFINIÇÃO CONCEITUAL

Nesta seção os pressupostos da teoria sobre Imagem e Definição Conceitual são apresentados os quais se constituíram o quadro teórico deste estudo. Nesse sentido, destaca-se que a aprendizagem matemática está condicionada a um amplo conjunto de interações inerentes à sua própria composição e que, portanto, a apreensão de conceitos matemáticos não se restringe a memorização de definições e/ou de habilidades operatórias (Messias, 2018).

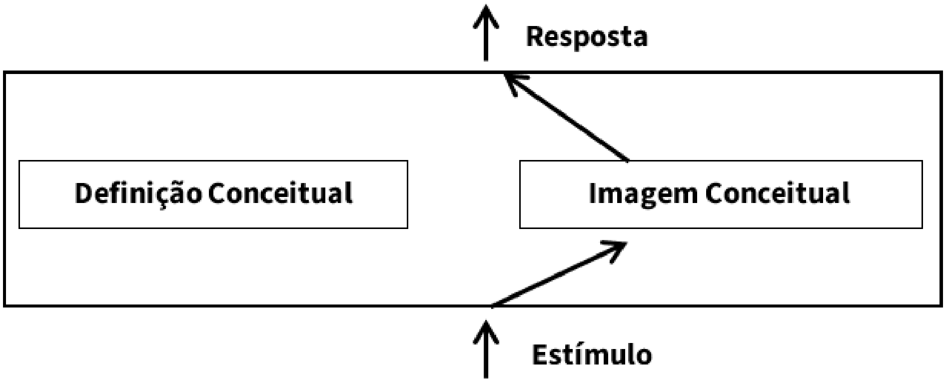
Vinner (1991) aponta que o entendimento de um determinado conceito está condicionado à formação de uma Imagem Conceitual coerente para ele, isto é, de associações não verbais baseadas em representações visuais, figuras mentais, impressões, ou ainda, experiências anteriores de aprendizagem e que estejam em consonância com a teoria formal.

Admite-se, desse modo, que quando um indivíduo é colocado diante de uma situação matemática, diferentes partes de sua Imagem Conceitual (IC) são ativadas. A parte de sua IC que é ativada é denominada Imagem Conceitual Evocada (ICE). A ICE não representa, necessariamente, tudo o que se sabe sobre determinado conhecimento (Vinner, 1991), uma vez que seja possível (ou não) mobilizar outros elementos dependendo do contexto matemático em que esteja inserido.

A forma em palavras utilizada para especificar um conceito é denominada Definição Conceitual Pessoal (DCP), sendo essa uma fraseologia própria do indivíduo que traz consigo elementos de sua Imagem Conceitual. Por isso, a DCP pode, ou não, diferir da Definição Conceitual Formal (DCF).

Vinner (1991) apresentou esquemas, por meio dos quais conjecturou sobre como o sistema cognitivo de um indivíduo pode funcionar quando precisa solucionar uma tarefa matemática. Destaca-se, na figura 3, uma ilustração que, nessa perspectiva, representaria uma resposta intuitiva.

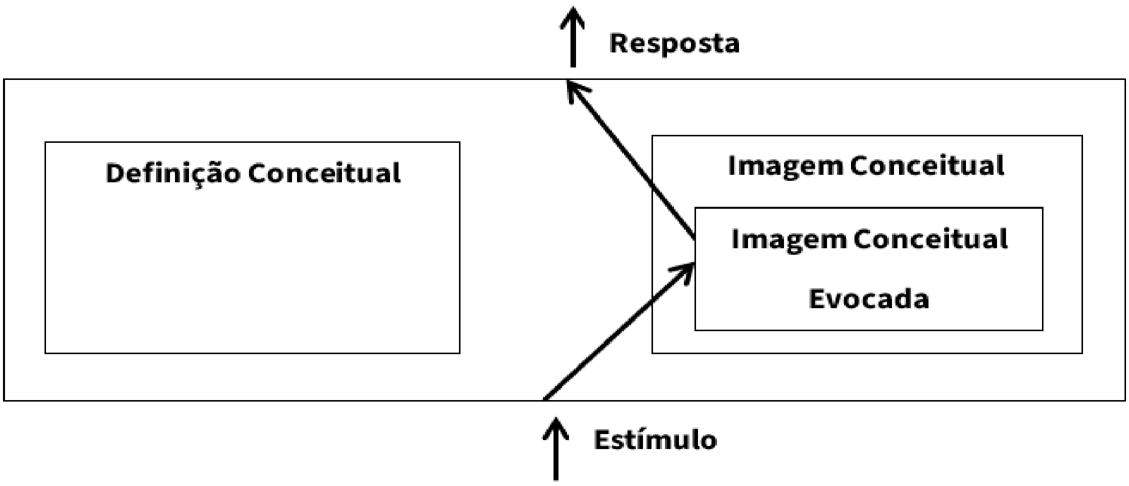
Figura 3 – Resposta Intuitiva



Fonte: Adaptado de Vinner (1991)

É possível verificar, mediante a figura 3, que uma resposta intuitiva traz consigo somente elementos constituintes da Imagem Conceitual de um indivíduo, ou seja, não há qualquer relação consciente estabelecida com aspectos da teoria formal. Isso normalmente acontece porque, para Vinner (1991), não é da natureza do sistema cognitivo consultar definições tanto para formar uma imagem conceitual acerca de um conceito quanto para solucionar uma tarefa cognitiva. Em Messias (2018), encontra-se uma adaptação do esquema de Vinner (1991) para uma resposta intuitiva (ver figura 4).

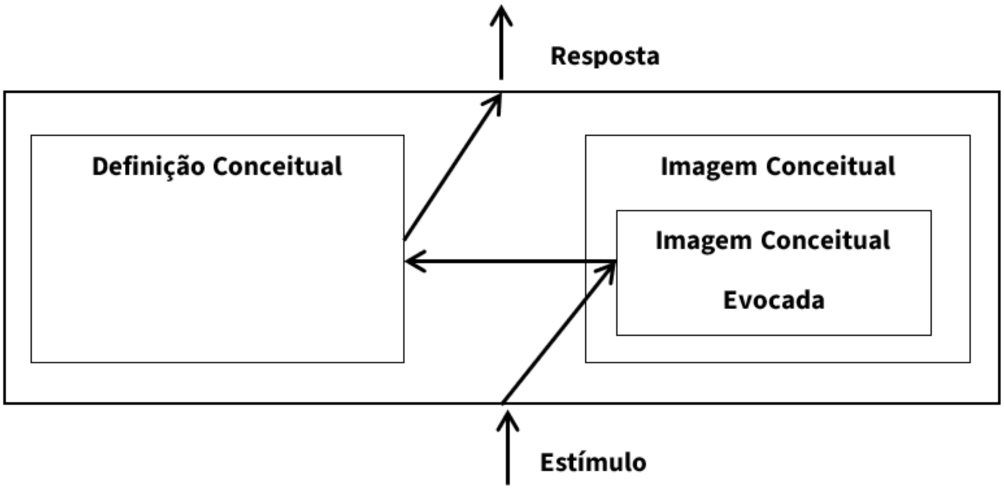
Figura 4 – Resposta Intuitiva



Fonte: Messias (2018, p. 38)

Admite-se que a imagem conceitual evocada por um indivíduo não representa, necessariamente, tudo o que ele sabe sobre determinado conhecimento (Vinner, 1991). Isso porque, outros elementos de sua imagem conceitual poderão (ou não) ser mobilizados, dependendo do contexto matemático a que este sujeito esteja submetido. Por isso, em Messias (2018) a ICE é representada como um subconjunto da Imagem Conceitual. Além da resposta intuitiva, Vinner (1991) faz referência à dedução pós pensamento intuitivo, cuja representação é destacada na figura 5.

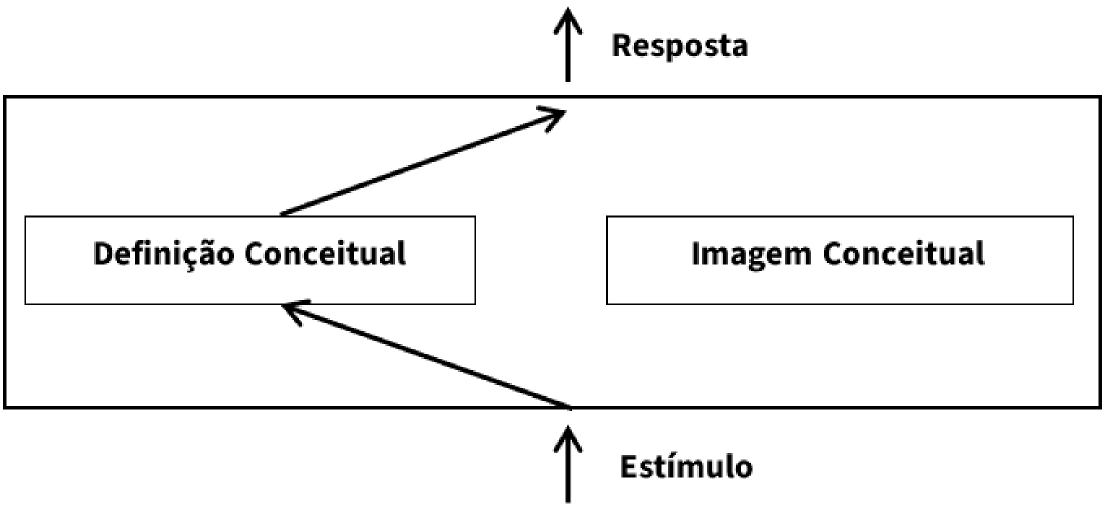
Figura 5 – Dedução Pós-Pensamento Intuitivo



Fonte: Messias (2018, p. 39)

A principal diferença entre a resposta intuitiva (figura 4) e a dedução pós-pensamento intuitivo (figura 5) é que, na primeira, a resposta a um determinado estímulo é dada tendo em vista unicamente evocações pessoais do indivíduo, enquanto na segunda, observa-se um processo de dedução por meio da busca por informações relativas à definição conceitual. Vinner (1991) também propôs uma representação, a qual denominou dedução puramente formal (ver figura 6).

Figura 6 – Dedução Puramente Formal

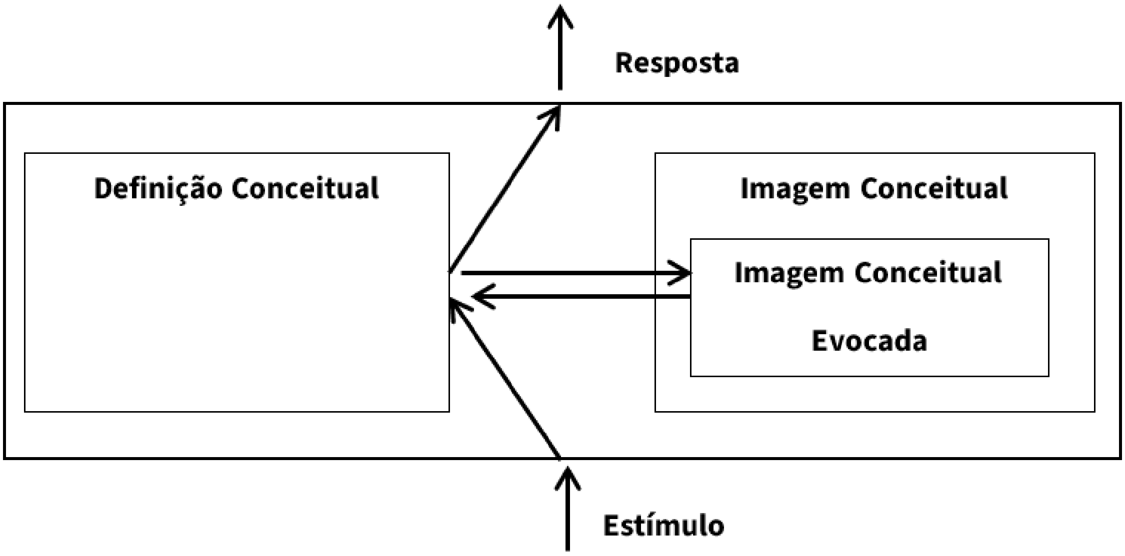


Fonte: Messias (2018, p. 40)

Em uma dedução puramente formal, consulta-se, exclusivamente, a definição formal para fins de solucionar o que for solicitado em uma dada tarefa. No entanto, dificilmente um sujeito responde a tarefas através de uma dedução puramente formal, já que em geral, nossa mente não é treinada a consultar unicamente definições (Vinner, 1991; Messias, 2018), sendo natural a busca por elementos vinculados a Imagem Conceitual, ainda que seja para relacioná-los com aspectos da teoria formal.

É possível, finalmente, que a resposta de um indivíduo seja norteada por uma interação entre Definição Conceitual e Imagem Conceitual, conforme ilustrado na figura 7.

Figura 7 – Interação entre Imagem e Definição Conceitual



Fonte: Messias (2018, p. 40)

É importante ressaltar que uma pluralidade de representações de um conceito – coerentes ou não com a teoria formal – podem coexistir na Imagem Conceitual de um indivíduo. Desse modo, a menos que as partes inconsistentes da IC sejam evocadas simultaneamente, levando a um conflito e a uma consequente reformulação de sua Imagem Conceitual, elas continuarão coexistindo, tornando-se fatores de conflito em potencial que, por sua vez, podem conduzir esse sujeito ao erro, dependendo do contexto matemático a que estiver submetido (Messias, 2018).

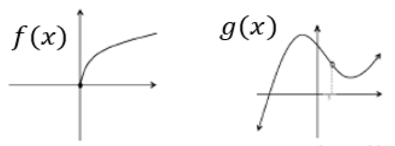
Por fim, admite-se que seja possível compreender os conflitos relacionados a determinado conhecimento a partir das imagens conceituais evocadas em um dado contexto matemático. Tal fato motivou a realização deste estudo, que possibilitou a análise das IC de estudantes sobre o conceito de continuidade de uma função, conforme destacado na seção subsequente.

5. EVOCAÇÕES SOBRE CONTINUIDADE DE UMA FUNÇÃO

Sobre o instrumento de investigação

Nessa seção há uma discussão acerca da compreensão sobre continuidade de uma função de 15 estudantes do curso de licenciatura em matemática de uma universidade pública localizada no Estado do Pará (Brasil). A análise foi fundamentada na teoria sobre Imagem e Definição Conceitual (Vinner, 1991) e adaptações (Messias, 2018). Os sujeitos investigados que já haviam cursado as disciplinas de Cálculo 1 e 2 responderam às questões destacadas a seguir:

1. *É possível desenhar o gráfico de uma função, de maneira que o limite quando x → 4 exista e:*
    a. *A função seja descontínua em x = 4? Explique.*
    b. *A função seja contínua em x = 4? Explique.*
    c. *A função não seja definida em x = 4? Explique.*
    d. *A função seja definida em x = 4? Explique.*
2. *É possível desenhar uma função descontínua que possua limite em cada ponto de seu domínio? Explique.*
3. *É possível desenhar uma função contínua que não possua limite em um ponto qualquer de seu domínio? Explique.*
4. *Escreva a definição formal de continuidade de uma função.*
5. *Observe o gráfico das funções f(x) e g(x) e responda a seguir:*



a. *F(x) é contínua? Explique.*
b. *F(x) é contínua em x=-5?Explique.*
c. *G(x) é contínua? Explique.*

A primeira questão foi baseada em uma atividade proposta por Amatangelo (2013). O objetivo foi verificar se os estudantes investigados evocariam imagens conceituais que condicionariam a existência do limite às condições de domínio ou continuidade da função, tais como observou-se em outras pesquisas. Pretendeu-se, também, identificar se, em suas respostas, os sujeitos condicionariam a continuidade a existência do limite.

Na segunda questão, os estudantes deveriam desenhar o gráfico de uma função descontínua que possuísse limite em cada ponto do domínio e na terceira, desenhar uma função contínua que não possuísse limite em um ponto qualquer de seu domínio. Objetivou-se, nesse sentido, verificar se eles mobilizariam em suas respostas que a ideia de que continuidade significa (i) existência do limite ou (ii) 'ausência de buracos ou saltos'; 'inteireza'. Pretendeu-se observar, também, se eles relacionariam a não existência do limite em um ponto qualquer à ausência de 'saltos' no gráfico.

Na quarta questão foi solicitado que os sujeitos escrevessem uma definição pessoal para continuidade. Entende-se, nesse contexto, que a forma em palavras utilizada por eles para descrever este conceito traz consigo elementos que compõem suas imagens conceituais, fato que permite verificar se elas foram concebidas mediante propriedades ou interpretações contraditórias.

A quinta questão foi baseada no estudo de Jayakody e Zazkis (2015). No item (a), os sujeitos deveriam explicar se a função f(x) era contínua, de maneira a identificar se suas respostas evocariam a ideia de 'inteireza' ou ausência de 'saltos' ou 'buracos'. No item (b), pretendeu-se verificar se eles afirmariam: (i) que a função era descontínua, pois não estava definida nesse ponto, como observado em outros estudos ou (ii) que não poderíamos avaliar a continuidade nesse ponto, uma vez que x = -5 não pertencia ao domínio de f(x). Pretendeu-se observar se eles evocariam ideia semelhante no item (c). Caso eles respondessem que a função g(x) era descontínua em x = 3, então suas imagens conceituais estariam em conflito e, mais uma vez, a ideia de continuidade natural atrelada à uma concepção dinâmica de movimento e inteireza da função seria evocada.

As resoluções dos sujeitos investigados trouxeram consigo elementos de suas imagens conceituais acerca do conceito de continuidade de uma função e, a partir destes, foi possível conjecturar sobre suas compreensões no que tange ao referido objeto de conhecimento. Apresenta-se a seguir a análise de suas respostas norteada pela teoria cognitiva sobre Imagem e Definição Conceitual (Vinner, 1991).

6. ANÁLISE DOS RESULTADOS

No item (a) da primeira questão, a maioria dos estudantes afirmou ser possível construir uma função nas condições estabelecidas ($\lim_{x \to 4}$f(x)existe e f descontínua em x = 4). De maneira semelhante a outras pesquisas (Tall; Vinner, 1981; Cornu, 1991; Vinner, 1987; Jayakody, 2015; Jayakody; Zazkis, 2015; Messias; Brandemberg, 2015), a compreensão dos estudantes sobre continuidade foi atrelada à ausência de um buraco na representação gráfica da função.

Um dos estudantes (S2), dentre todos os que participaram do estudo, afirmou ser possível a construção do gráfico da função tendo em vista as condições estabelecidas no item (a). Ele sugeriu como exemplo a função $f(x) = \begin{cases} x+2, x \neq 4 \\ 3, \quad x = 4 \end{cases}$. Ressalta-se a coerência de sua resposta, tendo em vista que essa função é descontínua em x = 4, ainda que {4} ∈ D_f, e tem limite quando x → 4.

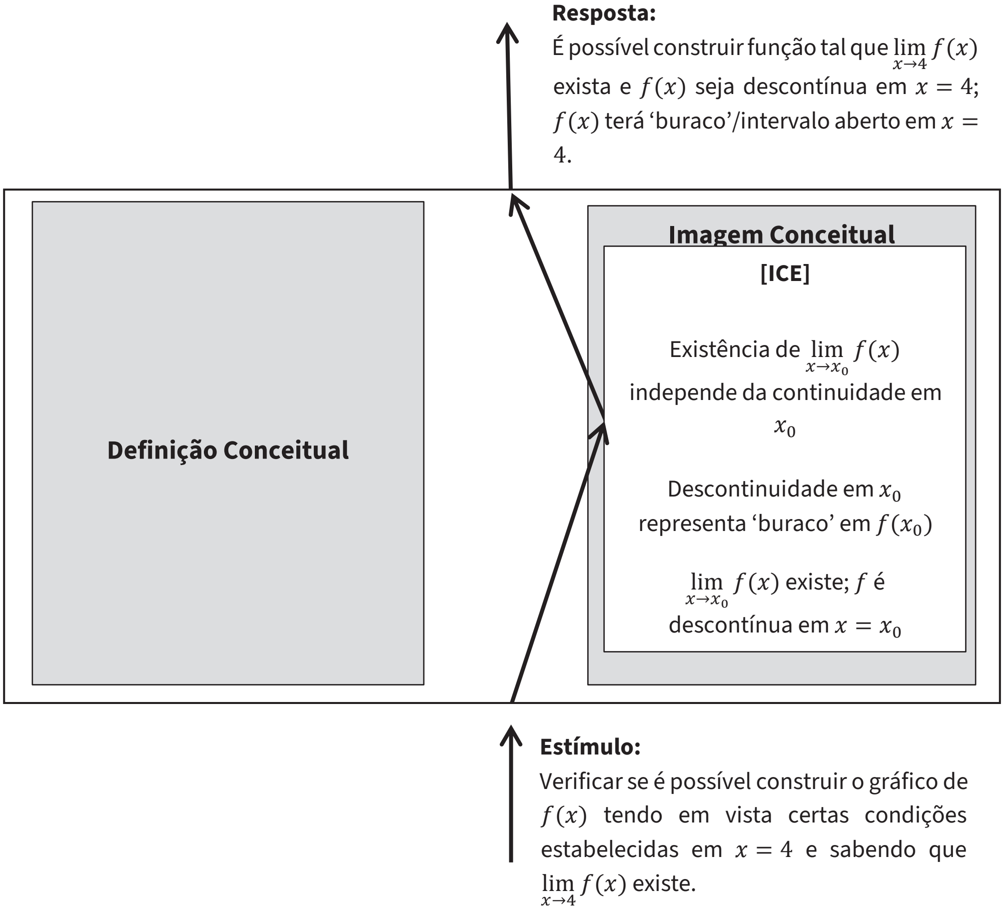
No item (b), todos os estudantes consideraram ser possível construir uma função nas condições determinadas. Mais uma vez, suas respostas foram parecidas. Isso porque, em suas justificativas, eles reforçam a ideia de continuidade atrelada à ausência de 'buracos' no gráfico da função. Dentre as respostas dadas, destaca-se a do sujeito S5, a qual foi pautada na interpretação de que uma função *f* é contínua em um ponto *p* se *p* ∈ D_f. Além disso, o sujeito S12 trouxe consigo uma compreensão sobre continuidade vinculada à fluidez e inteireza da função.

No item (c), somente dois sujeitos responderam não ser possível construir o gráfico a partir das condições dadas (limite da função existe quando x → 4; f(x) não é definida em x = 4). A ICE de ambos foi norteada pela compreensão de que a existência do limite em determinado ponto depende deste ponto estar definido no domínio da função, a exemplo do que já fora destacado nos trabalhos de Przenioslo (2004), Jordaan (2005), Karatas *et al.* (2011), Denbel (2014), e Messias e Brandemberg (2015).

Todos os sujeitos afirmaram ser possível construir uma função tendo em vista as condições estabelecidas no item (d). A maioria das respostas apresentou como exemplos funções polinomiais (e, portanto, contínuas em todo seu domínio) para explicar suas respostas.

Evidenciou-se que as imagens conceituais evocadas pelos estudantes na 1ª questão foram pautadas, sobretudo, em interpretações que relacionavam existência do limite, continuidade no ponto e domínio de função. Conjectura-se que todas as respostas tenham sido exclusivamente intuitivas, conforme ilustrado nas figuras 8 e 9.

Figura 8 – Resposta Intuitiva 1 para a 1ª questão

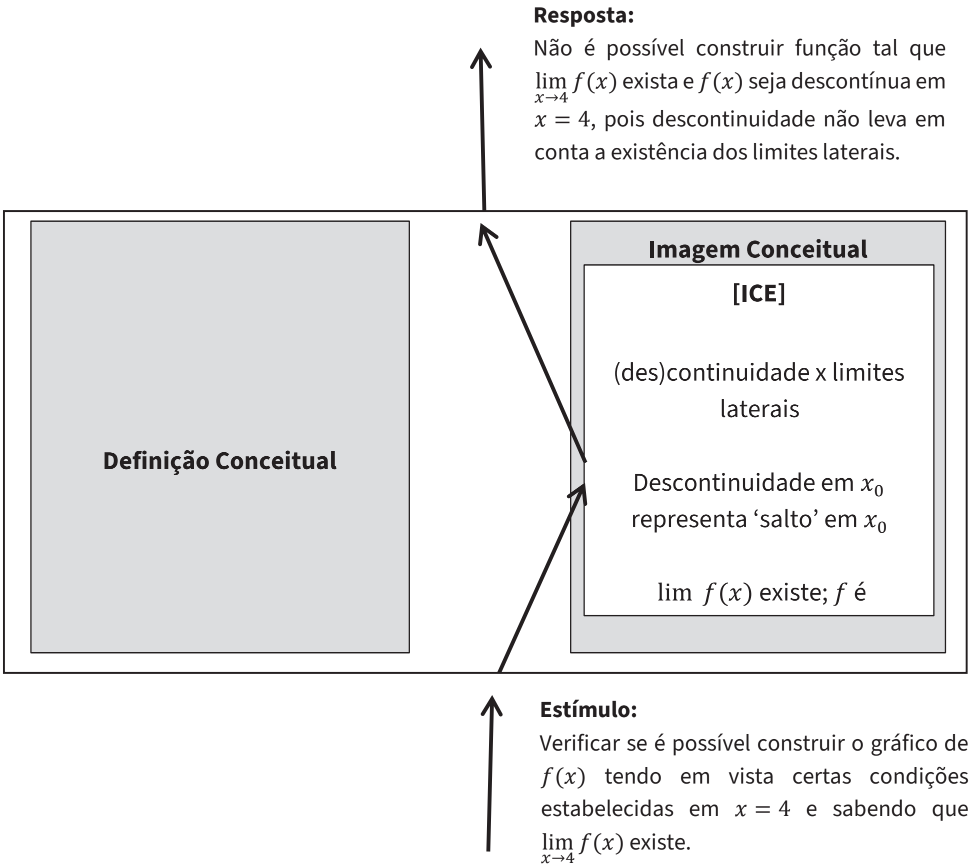


Fonte: Elaborado pela autora.

Ilustra-se, na figura 8, uma resposta pautada na compreensão de continuidade vinculada à 'inteireza'/conectividade da função, isto é, uma imagem de ausência de 'quebras' ou 'buracos' em sua representação gráfica. Esse tipo de interpretação pode levar um estudante à generalização da ideia de que *se* não pertence ao domínio de *f, então a função é descontínua em p.*

Outra imagem conceitual adjacente a essa noção de 'inteireza' e fluidez atribuídas à função contínua (no ponto ou ao longo de um intervalo) é a de ausência de 'saltos' em sua representação gráfica (ver figura 9). Entretanto, o fato de um sujeito evocar tal imagem não garante que ele, necessariamente e simultaneamente, tenha a compreensão de que o gráfico de uma função contínua não tem 'buracos' ou 'quebras'.

Figura 9 – Resposta Intuitiva 2 para a 1ª questão



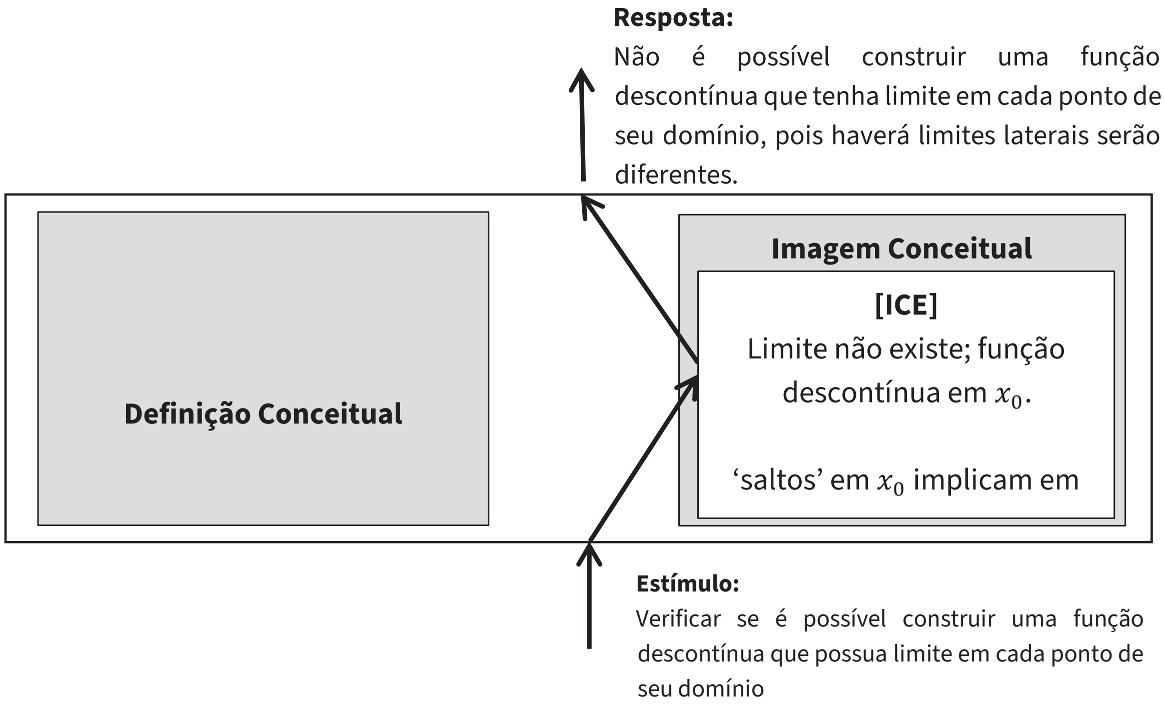
Fonte: Elaborado pela autora.

Na segunda questão, solicitou-se que os sujeitos construíssem uma função descontínua que tivesse limite em cada ponto de seu domínio. As imagens conceituais evocadas foram constituídas de elementos semelhantes aos da questão anterior. Ressalta-se, nesse sentido, que dois sujeitos – S1 e S5 – afirmaram não ser possível construir uma função que fosse descontínua e tivesse limite em todos os pontos de seu domínio. Em suas justificativas, evidenciou-se, mais uma vez, a imagem 'sem saltos' para a continuidade de uma função. Além disso, S10 evocou de maneira explícita que o salto implica em limites laterais diferentes e, consequentemente, a não existência do limite. Demais sujeitos afirmaram ser possível construir uma função que estivesse em acordo com as condições estabelecidas na questão. Suas justificativas foram pautadas na ideia de que um 'buraco' representaria uma função descontínua, fato que não influenciaria na (não) existência do limite.

A parte da imagem conceitual dos sujeitos que foi ativada, tanto nessa questão quanto na anterior, estiveram pautadas em uma compreensão de descontinuidade atrelada aos seguintes casos: $x_0 \in D_f$, $\lim_{x\to x_0} f(x)$ existe e $\lim_{x\to x_0} f(x) \neq f(x_0)$; x_0 não pertence a D_f e seu gráfico possui um intervalo aberto ('buracos'); há existência de saltos na função.

As respostas (predominantemente) intuitivas dos estudantes para a 2ª questão foram semelhantes às da 1ª questão. Portanto, além das figuras 8 e 9, elaborou-se a figura 10, a qual representa a evocação de S1 sobre a presença de saltos, sua relação com os limites laterais e, consequentemente, com a existência do limite bilateral.

Figura 10 – Resposta Intuitiva (questão 2)



Fonte: Elaborada pela autora.

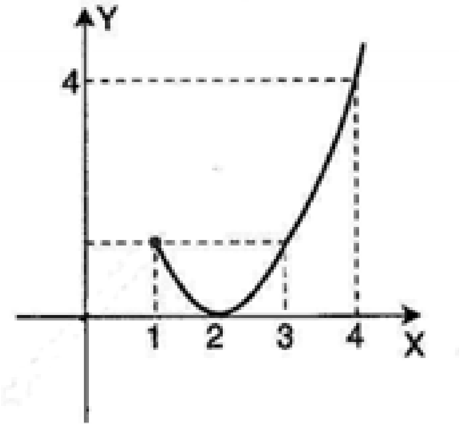
Na terceira questão, 14 estudantes afirmaram não ser possível construir uma função que contemplasse as condições estabelecidas (função contínua; limite não existe em qualquer ponto de seu domínio). Nesse sentido, evidenciou-se as seguintes evocações:

- Se f é contínua, então para todo x, existe um f(x) correspondente, fato que implica na existência do limite em qualquer ponto do domínio;
- A continuidade da função em x_0 depende de $x_0 \in D_f$, além da existência do limite quando $x \to x_0$;
- Se é contínua, então ela necessariamente tem limite em todos os pontos de seu domínio.

Verificou-se que as imagens conceituais desses sujeitos foram pautadas na ideia de que uma função f é contínua em um ponto p se $p \in D_f$. Além disso, ficou claro que, para eles, a continuidade em um ponto depende da existência do limite. Nesse sentido, evidenciou-se, por exemplo, que o conceito de continuidade na extremidade à direita ou à esquerda de um ponto não fez parte das imagens conceituais dos sujeitos investigados.

É importante ressaltar que é possível construir uma função tendo em vista as condições estabelecidas na terceira questão, conforme destacado na representação gráfica da função a seguir, na qual não existe, porém, a função é contínua em :

Figura 11 – Exemplo de resposta possível para a questão 3

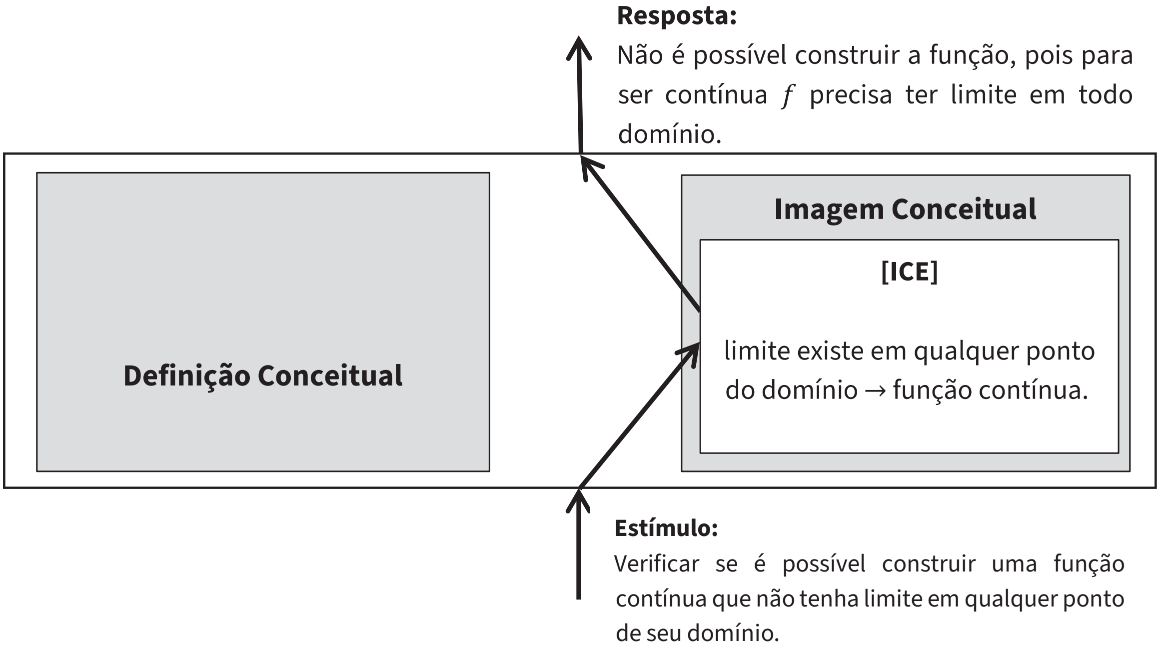


Fonte: Messias (2018, p. 129)

O sujeito S2 foi o único que afirmou ser possível construir uma função contínua que não possuísse limite em qualquer ponto de seu domínio. Porém, sua justificativa não se mostrou coerente, uma vez que ele mencionou a possibilidade de $\lim_{x \to x_0} f(x) \neq f(x_0)$, o que na verdade implicaria na descontinuidade da função em , independente de sua posição (se na extremidade ou no interior de um intervalo).

Observou-se que as respostas dos sujeitos para a terceira questão foram de ordem intuitiva, bem como foram constituídas por elementos semelhantes àqueles evocados nas questões anteriores. Ainda assim, considerou-se importante destacar na figura 12 a relação de dependência entre os conceitos de limite e continuidade mobilizada pelos sujeitos investigados em suas respostas.

Figura 12 – Resposta Intuitiva para a questão 3 (relação entre limite e continuidade)



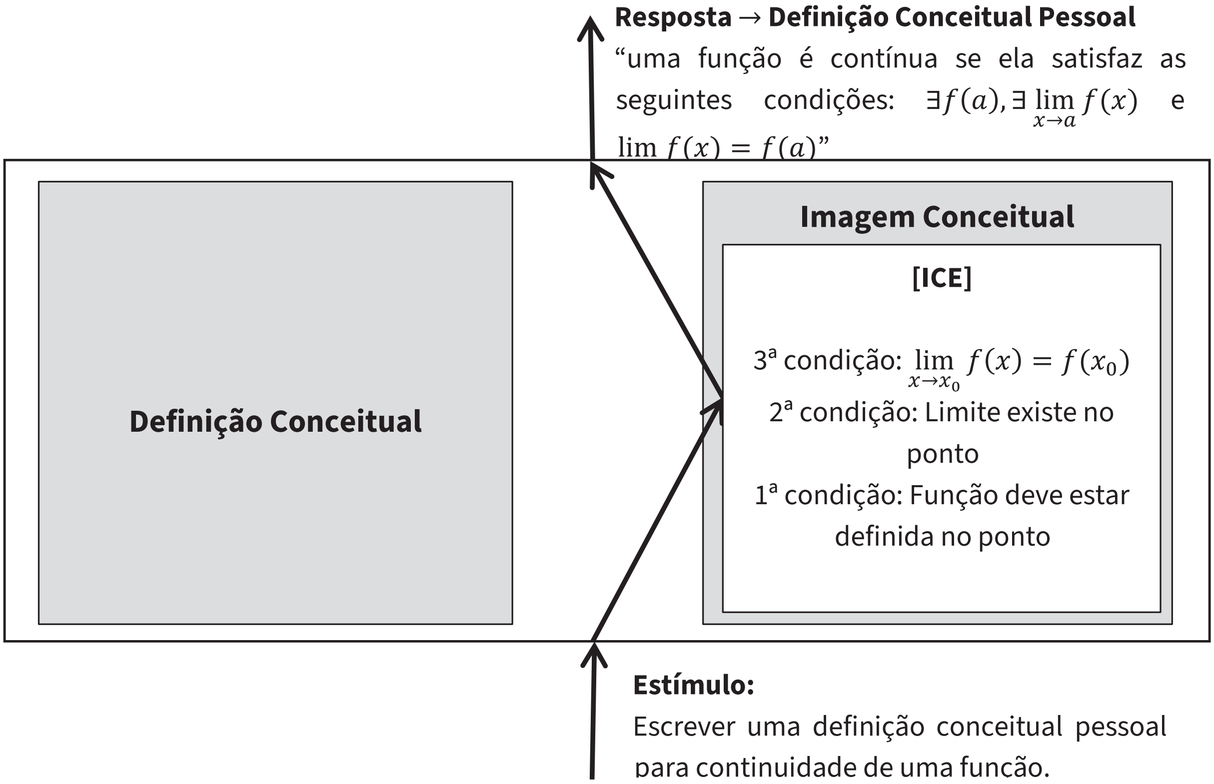
Fonte: Elaborado pela autora.

Na quarta questão, em que foi solicitada a escrita de uma definição conceitual pessoal para continuidade de uma função, observou-se que a maioria dos estudantes escreveu definições conceituais baseadas no conhecido “teste de continuidade”, que é comumente apresentado em livros de Cálculo e no qual são estabelecidas condições para que uma função seja contínua em um ponto x_0: (i) $f(x_0)$ existe, (ii) f(x) existe e (iii) $f(x) = f(x_0)$. Reitera-se que o entendimento sobre continuidade pautado nesse ‘teste’ pode levar os estudantes a interpretações equivocadas acerca do conceito, conduzindo-os ao erro dependendo da tarefa matemática que lhes for solicitada, conforme apontado por Jayakody (2015) e Jayakody e Zazkis (2015).

Observou-se, ainda, em uma das definições conceituais escritas, evocações que vinculavam, de maneira semelhante ao observado por Tall e Vinner (1981),Vinner (1987), Cornu (1991), Núñez *et al.* (1999), Karatas *et al.* (2011), Amatangelo (2013), Jayakody (2015), Jayakody e Zazkis (2015), o conceito de continuidade à ideia de “inteireza” e “fluidez” da função que, segundo alguns dos sujeitos, não tinha “interrupções, buracos ou saltos” em sua representação gráfica.

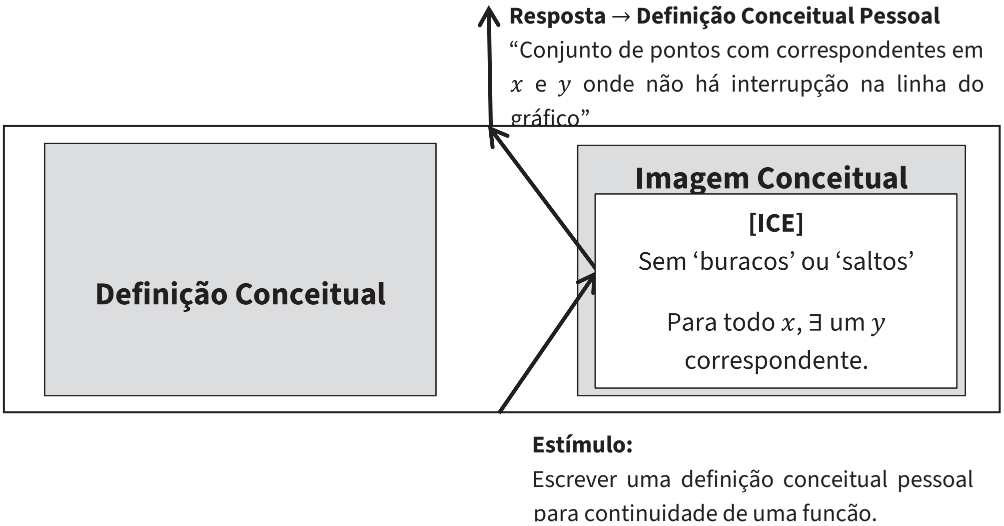
As definições escritas pelos estudantes na 4ª questão foram, portanto, uma ‘tradução’ de suas evocações em questões anteriores, isto é, da parte da imagem conceitual que foi ativada, configurando-se, portanto, como intuitivas, uma vez que não trouxeram informações explícitas da teoria formal (ver figuras 13 e 14).

Figura 13 – Resposta Intuitiva 1 para a 4ª questão



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 14 – Resposta Intuitiva 2 para a 4ª questão



Fonte: elaborado pela autora.

No que se refere à quinta questão, foi solicitado que os sujeitos observassem os gráficos das funções f(x) e g(x) e, em seguida, que respondessem os itens de (a) a (c). No que concerne ao item (a), somente um sujeito (S2) afirmou que a função não era contínua. Para esse estudante, a função precisa ser contínua 'num todo' e, segundo ele, "não há continuidade para x < 0. Tendo em vista sua justificativa, bem como sua definição conceitual pessoal para continuidade de uma função, conjecturou-se que para ele:

- Para a função ser contínua ela precisa estar definida em IR;
- Continuidade no ponto: a função precisa estar definida nesse ponto;
- A continuidade depende da existência do limite.

Todos os outros sujeitos investigados afirmaram f(x) que era contínua no item (a). A justificativa de S1, por exemplo, foi pautada na existência dos limites para todo pertencente ao intervalo [0,+∞). Mediante sua definição conceitual pessoal para continuidade de uma função, bem como suas respostas para o item (a) e, também, para questões anteriores, conjecturou-se que para esse sujeito:

- Uma função é contínua se sua representação gráfica não apresenta 'interrupções', ou seja, não há 'buracos', 'quebras ou 'saltos';
- Continuidade e conectividade são interpretadas de maneira semelhante[3];
- Continuidade da função é atrelada à ideia de inteireza; fluidez.

Na resposta de alguns estudantes, observou-se justificativas que afirmavam que "f(x) era contínua, devido tal função estar definida para x > 0, bem como $\lim_{x \to x_0} f(x) \neq f(x_0)$, para todo $x_0 > 0$". Evidencia-se, mais uma vez, que o "teste de continuidade" foi mobilizado, ainda que implicitamente, por esses sujeitos.

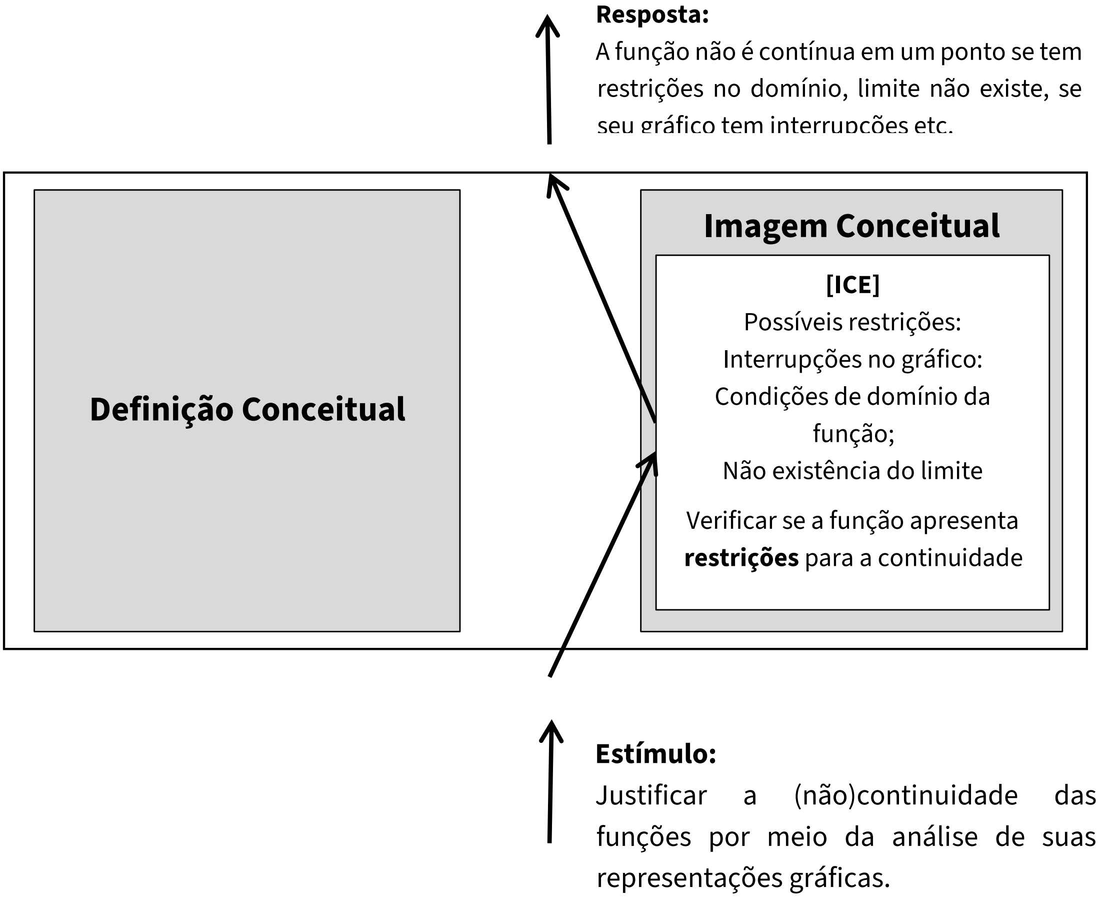
3 Sugerimos a leitura de Cornu (1991) e Jayakody e Zazkis (2015).

No que concerne ao item (b), verificou-se que apenas um estudante afirmou que "f(x) era contínua em x = -5". Nesse sentido, ressalta-se que identificar o domínio da função se configurou como um fator de conflito cognitivo, uma vez que para esse sujeito, não havia R 'restrição em e, por isso, f(x) seria contínua. Nesse sentido, o fato de a função não estar definida para valores negativos não foi levado em consideração pelo sujeito. É possível que para ele 'sem restrições' signifique sem 'saltos', 'buracos' ou 'quebras'

Os outros sujeitos investigados afirmaram que a função não seria contínua. Isso porque, "*não havia correspondentes em y para x = -5*" ou porque "f(-5) *e* $\lim_{x \to -5} f(x)$ não existem", ou ainda, devido "*o ponto não ser fechado no gráfico de f(x)* (e "*não ser possível que todos os valores de y existam para x = -5*". No item (c) observou-se que todos os sujeitos justificaram a não continuidade da função g(x) em x = 3 devido a função não estar definida nesse ponto. Ou seja, tais justificativas têm como imagem conceitual adjacente a ideia de continuidade da função atrelada às condições de domínio da função, semelhante aos resultados observados nos trabalhos de Amatangelo (2013), Jayakody e Zazkis (2015), Messias (2018), dentre outros.

De modo geral, as respostas dos estudantes dadas para a quinta questão, podem ser representadas por figuras previamente destacadas. Ainda assim, considera-se a figura 15 como complementação das interpretações dos estudantes quanto ao que fora solicitado.

Figura 15 – Resposta Intuitiva da 5ª questão



Fonte: Elaborado pela autora.

Reitera-se que as análises apresentadas enfatizaram os principais elementos das imagens conceituais evocadas pelos estudantes, fato que nos permitiu conjecturar sobre suas compreensões acerca do conceito de continuidade de uma função.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Objetivou-se, com a pesquisa descrita no decorrer deste trabalho, analisar as interpretações de estudantes de licenciatura em matemática sobre continuidade, a partir de elementos de suas imagens conceituais, evocados frente às tarefas matemáticas propostas. Optou-se, nesse sentido, por construir conjecturas que representassem o pensamento dos sujeitos investigados, de modo a destacar a parte de suas imagens conceituais que foi ativada mediante os estímulos apresentados, isto é, as tarefas solicitadas em cada questão.

As análises sobre a compreensão desses sujeitos foram norteadas pelos apontamentos teóricos de Vinner (1991) sobre Imagem e Definição Conceitual. Além disso, estabeleceu-se conexões entre o estudo realizado e outras pesquisas que tiveram como parte de seus objetos de investigação a compreensão de estudantes sobre continuidade.

Evidenciou-se que os conhecimentos dos sujeitos investigados foram pautados, sobretudo, nas seguintes compreensões: [C01] – f é contínua em x_0 se $x_0 \in D_f$; [C02] – A continuidade de uma função em um ponto depende da existência do limite nesse ponto; [C03] – A descontinuidade em um ponto representa um 'buraco' em x_0; [C04] – A descontinuidade no ponto implica em 'salto' no gráfico da função; [C05] – f é contínua se todo valor de x apresentar um correspondente em ; [C06] – é contínua se não apresentar 'saltos ou 'buracos' em sua representação gráfica; [C07] – Continuidade = Conectividade; [C08] – Se o limite existe em qualquer ponto do domínio então a função é contínua; [C09] – 'Buraco' ou 'quebra' na representação gráfica de uma função implica em descontinuidade; descontinuidade implica na não existência do limite, e [C10] – A existência do limite independe da continuidade da função no ponto.

Reitera-se que quando é solicitado a um indivíduo que resolva uma tarefa, parte de sua imagem conceitual é ativada. É possível que todo o conhecimento desse sujeito acerca de um conceito matemático seja representado pela imagem conceitual que foi evocada ou, dependendo do que lhe for solicitado em outra tarefa, ele pode mobilizar outros conhecimentos. Isso quer dizer que, não necessariamente, as compreensões elencadas de [C1] a [C10] representem todo o conhecimento dos estudantes participantes deste estudo sobre continuidade de uma função.

Ressalta-se, finalmente, que os resultados obtidos nesta investigação foram de grande relevância para verificar possíveis conflitos que permeiam as imagens conceituais dos estudantes de Cálculo no que tange ao conceito de continuidade de uma função e outros a ele adjacente. Fato que pode levar à realização de outras pesquisas com o objetivo da elaboração de atividades e/ou materiais que possam viabilizar a aprendizagem discente no âmbito dessa área de conhecimento.

8. REFERÊNCIAS

AMATANGELO, Miriam Lynne. **Student understanding of limit and continuity at a point: a look at four potentially problematic conceptions**. 2013. 112f. Dissertação (Mestrado em Artes), Bringham Young University (Utah/USA), 2013.

BRANDEMBERG, J. C. **Uma análise histórico-epistemológica do conceito de grupo.** São Paulo: Livraria da Física (ED), 2010.

CINVESTAV, Fernando Hitt; LARA-CHAVEZ, Hector. Limits, continuity and discontinuity of functions from two points of view: that of the teachers and that of the students. In: BILLS, L (ED). **Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics,** v. 19, p. 49 – 54, jun.1999.

CORNU, Bernard. Limits. **In: Advanced Mathematical Thinking** *(ed. David Tall)*. Kluwer publications, 1991.

DENBEL, Dejene Girma. Students misconceptions of the limit concept in a first Calculus course. **Journal of Education and Practice**, v.5, nº34, 2014.

FREITAS, Wesley; JABBOUR, Charbel. Utilizando estudo de caso(s) como estratégia de pesquisa qualitativa: boas práticas e sugestões. **ESTUDO & DEBATE**, Lajeado, v. 18, n. 2, p. 7 – 22, 2011.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** São Paulo: Atlas, 2008.

JAYAKODY, Gaya. **University first year students' discourse on continuous functions: A commognitive interpretation.** 2015. 276f. Tese (Doutorado em filosofia) – Programa de Educação Matemática, Simon Fraser University, 2015.

JAYAKODY,Gaya; ZAZKIS, Rina. Continuous problem of function continuity. **For the Learning of Mathematics**, New Brunswick (Canada), v. 35, p. 8 – 14, março, 2015.

KARATAS *et al.* A cross-age study of students' understanding of limit and continuity concepts. **BOLEMA**, Rio Claro (SP), v. 24, nº 38, p. 245 a 264, abril, 2011.

MESSIAS, M. A. V. F. **Um estudo exploratório sobre a imagem conceitual de estudantes universitários acerca do conceito de limite de função**. 2013. 133f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2013

MESSIAS, M. A. V. F. **Teorias Cognitivas do Pensamento Matemático Avançado e o processo de construção do conhecimento: um estudo envolvendo os conceitos de limite e continuidade**. 2018. 186f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas), Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, UFPA, 2018.

MESSIAS, M. A. V. F; BRANDEMBERG, J. C. Discussões sobre a relação entre limite e continuidade de uma função: investigando imagens conceituais. **BOLEMA**, Rio Claro (SP), v. 29, n.53, p. 1224 – 1241, dez., 2015.

BRANDEMBERG, J. C. ; MESSIAS, M. A. V. F. Imagem Conceitual e Definição Conceitual:

uma reflexão sobre a aprendizagem de conceitos matemáticos**.** In: ALVES, Francisco Regis Vieira; PEREIRA, Ana Carolina Costa (Org.). **Ciências e Matemática: investigações no ensino.**

1ed.Curitiba: CRV, 2016, p. 15-28.

NÚÑEZ *et al.* Embodied cognition as grounding for situatedness and context in mathematics education. **Educational Studies in Mathematics,** Netherlands, v. 39, p. 45 – 65, 1999.

PONTE, João Pedro Mendes da. Estudos de caso em educação matemática. **BOLEMA**, Rio Claro (SP), v. 19, n.25, p. 1 – 23, 2006.

STRAUSS, Anselm; CORBIN, Juliet. **Pesquisa qualitativa: técnicas e procedimentos para o desenvolvimento de teoria fundamentada.** Porto Alegre (RS): Artmed, 2008.

TALL, David; VINNER, Shlomo. Concept image and concept definition with particular reference to limits and continuity. **Educational Studies in Mathematics***,* n. 12, 1981, p. 151 – 169.

VINNER, Shlomo. Continuous functions and reasoning in college students**. In Bergeron, J. (ED)** Proceedings of the international conference on the psychology of mathematics education (PME)*,* 1987, vol. 1, pp. 177 – 183.

Informações do artigo

Recebido: 18 de agosto de 2024.
Aceito: 16 de fevereiro de 2025.
Publicado: 01 de maio de 2025.

Como citar esse artigo (ABNT)

MESSIAS, Maria Alice de Vasconcelos Feio; BRANDEMBERG, João Cláudio. Imagens Conceituais Evocadas sobre Continuidade de uma Função. **Revista Prática Docente**, Confresa/MT, v. 10, e25003, 2025.
https://doi.org/10.23926/RPD.2025.v10.e25003.id1012.

Como citar esse artigo (APA)

Messias, M. A. de V. F.; Brandemberg, J. C. (2025). Imagens Conceituais Evocadas sobre Continuidade de uma Função. *Revista Prática Docente*, *10*, e25003. https://doi.org/10.23926/RPD.2025.v10.e25003.id1012.

Editor da Seção

Walber Christiano Lima da Costa

Editor Chefe

Thiago Beirigo Lopes