

## Matemáticas incas, maias e astecas: fragmentos de uma síntese histórica

Inca, Mayan and Aztec mathematics:  
in search of fragments for a historical synthesis

Matemáticas incas, mayas y aztecas:  
en busca de fragmentos para una síntesis histórica

Carlos Ian Bezerra de Melo<sup>01</sup> Juliana Campos Lima Araújo<sup>02</sup>  
Ana Beatriz de Araujo<sup>03</sup>

### Resumo

Diante da escassez de produção em nossa língua sobre as práticas matemáticas dos povos Maias, Incas e Astecas, faz-se necessário, numa perspectiva anticolonial e epistemicamente insubordinada, reunir conhecimentos a esse respeito. Teve-se, assim, como objetivo abordar aspectos e contribuições das matemáticas maia, inca e asteca, a partir de uma revisão narrativa de literatura nacional e internacional, sistematizando algumas práticas matemáticas dessas civilizações. Como resultados, sobre os Maias, vimos elementos de sua precisa contagem do tempo, ancorada em um sistema de numeração vigesimal, contando pioneiramente com um símbolo para o zero; sobre os Incas, vimos que, ao invés de representações pictóricas (algarismos), esses povos investiram na concepção de contagem com palavras numéricas, amparados por instrumentos para realizar (yupanas) e registrar (quipus) tais contagens; e quanto aos Astecas, conhecemos seu sistema de numeração vigesimal, não posicional, com vestígios da noção de zero, além dos seus cálculos de tempo, provavelmente realizados no Nephualtintzin.

**Palavras-chave:** História da Matemática. Nativos da América. Incas. Maias. Astecas.

### Abstract

Given the scarcity of literature in our language on the mathematical practices of the Mayan, Incan and Aztec peoples, it is necessary, from an anticolonial and epistemically insubordinate perspective, to gather knowledge on this subject. The objective was to address aspects and contributions of Mayan, Inca and Aztec mathematics, based on a narrative review of national and international literature, systematizing some mathematical practices of these civilizations. As a result, regarding the Mayans, we saw elements of their precise timekeeping, anchored in a vigesimal numbering system, pioneering with a symbol for zero; regarding the Incas, we saw that, instead of pictorial representations (digits), these people invested in the concept of counting with numerical words, supported by instruments to perform (yupanas) and record (quipus) such counting; and as for the Aztecs, we know their vigesimal, non-positional numbering system, with traces of the notion of zero, in addition to their time calculations, probably carried out in Nephualtintzin.

**Keywords:** History of Mathematics. Native Americans. Incas. Mayans. Aztecs.

### Resumen

Dada la escasez de producción en nuestra lengua sobre las prácticas matemáticas de los pueblos mayas, incas y aztecas, se hace necesario, desde una perspectiva anticolonial y epistémicamente insubordinada, recabar conocimientos sobre este tema. El objetivo fue abordar aspectos y aportaciones de las matemáticas mayas, incas y aztecas, a partir de una revisión narrativa de la literatura nacional e internacional, sistematizando algunas prácticas matemáticas de estas civilizaciones. Como resultado, en lo que respecta a los mayas, vimos elementos de su cronometraje preciso, anclados en un sistema de numeración vigesimal, siendo pioneros en un símbolo para el cero; sobre los Incas, vimos que, en lugar de representaciones pictóricas (números), estos pueblos invirtieron en el concepto de contar con palabras numéricas, apoyados en instrumentos para realizar (yupanas) y registrar (quipus) dichos conteos; y en cuanto a los aztecas, conocemos su sistema de numeración vigesimal, no posicional, con rastros de la noción de cero, además de sus cálculos de tiempo, probablemente realizados en Nephualtintzin.

1 Mestre em Educação (UECE) e Especialista em Educação Matemática (UNOPAR). Professor na Universidade Estadual do Ceará (UECE). E-mail: carlosian.melo@uece.br

2 Licenciada em Matemática (UECE). E-mail: campos.araujo@aluno.uece.br

3 Licenciada em Matemática (UECE). E-mail: abeatriz.araujo@aluno.uece.br

**Palabras Clave:** Historia de las Matemáticas. Nativos de América. Incas. Mayas. Aztecas

## 1. ELEMENTOS INTRODUTÓRIOS, TEÓRICOS E METODOLÓGICOS...

Os estudos em história da matemática têm, nos últimos anos, se revestido de uma historiografia atualizada, cuja abordagem, nos termos de Saito (2018, p. 608), “[...] valoriza os contextos de elaboração, transformação, transmissão e disseminação do conhecimento matemático em diferentes épocas e culturas”, não apenas “[...] a coerência interna do discurso matemático, tendo como ponto de partida o que nós entendemos por matemática nos dias de hoje”. Desse modo, na formação de professores temos visto livros-texto clássicos, como os de Carl Boyer (1974), Howard Eves (2004) e Florian Cajori (2007), de abordagem tradicional (Abreu *et al.*, 2020), por exemplo, compartilhar espaço com bibliografias que revisitam esse campo do conhecimento sob um novo olhar, como o “História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas”, de Tatiana Roque (2012), e “História da matemática e suas (re)construções contextuais”, do próprio Fumikazu Saito (2015).

Além disso, vimos – ainda que muito paulatinamente, no caso do Ceará, como retratam Carmo e Queiroz (2020) – programas curriculares da disciplina de história da matemática ampliarem sua abordagem para além daquela que, de caráter linear e progressiva, usualmente se inicia em civilizações antigas da região do mediterrâneo e oriente médio, como a Mesopotâmia, o Egito e a Grécia, e segue rumo aos trabalhos matemáticos europeus, como se encerrassem-se aí todas as matemáticas da presença humana na Terra. Lança-se, assim, vistas às práticas matemáticas de outras partes do globo, tais como as do extremo oriente, praticada, por exemplo, pelo antigo império chinês, e aquelas que se desenvolveu no continente americano antes do século XV.

O desafio se apresenta, contudo, quando o professor dessa disciplina de história da matemática busca referências para o trabalho com tais temas – em especial esse último mencionado – visto que a bibliografia especializada focaliza, em sua maioria, a abordagem tradicional, eurocentrada (Abreu *et al.*, 2020). Mesmo aquelas obras que adotam a historiografia atualizada (Roque, 2012; Saito, 2015), o fazem com enfoque na “história” mais comumente contada, isto é, aquela que trata das contribuições babilônicas, egípcias, gregas, hindus, árabes e europeias ao conhecimento que hoje se reúne sob a alcunha de Matemática (com “m” maiúsculo). Sendo assim, é tarefa árdua encontrar fontes confiáveis, oriundas de estudos científicos, que abordem os saberes e práticas matemáticas das civilizações nativas da América, como os povos Maias, Incas e Astecas<sup>4</sup>.

Guilherme Wagner (2023), em seu texto “Por uma educação matemática anticolonial”, discute em profundidade a urgência de trazermos para o campo da Educação Matemática – e da História da Matemática – a perspectiva anticolonial, epistemicamente insubordinada. Para o autor, a “[...] incapacidade de conhecermos, mensurarmos, expormos com mínima coerência a história dos povos nativos da América é uma das primeiras e mais presentes características do que os estudos decoloniais afirmam como sendo a *colonialidade do saber*”

<sup>4</sup> Cumpre ressaltar que tais denominações são genéricas e servem para agrupar uma diversidade étnica e cultural que habitava o continente americano antes da chegada dos europeus. Habitantes da região da mesoamérica, os povos Maias, por exemplo, se identificavam por meio de suas cidades ou grupos étnicos específicos, e não por um termo unificado; já “Inca” era o título dado ao líder do império fundado pelo povo andino quíchua (ou quéchua), da região onde hoje fica o Peru; “Asteca”, por sua vez, é uma denominação que remete a uma região mítica (Aztlán) considerada o local de origem do povo que se autodenominava “mexica”. Mais detalhes sobre cada uma dessas culturas podem ser conferidos, respectivamente, em P. Gerndrop (1987), H. Favre (2004) e J. Soustelle (2002).

(Wagner, 2023, p. 555, grifo nosso), a qual se reflete, inclusive, no fato de conseguirmos comumente mencionar práticas matemáticas de povos históricos de outras culturas, mas não dessa nossa ancestral, o que Wagner (2023) chama de *memoricídio dos saberes matemáticos dos povos originários*.

Assim, defendemos como necessárias “[...] rupturas epistêmicas e a descolonização do nosso pensamento matemático e educativo em atos de desobediência” (Wagner, 2023, p. 565), traduzidos na busca por conhecer, problematizar, disseminar e incluir na historiografia da Matemática e na formação de professores as histórias das manifestações matemáticas dos povos originários do nosso continente. Afinal, “As práticas anticoloniais não se referem unicamente a um reaprender sobre nossa memória, mas de não permitir o apagamento, o etnocídio e o memoricídio de nossos grupos sociais atuais” (Wagner, 2023, p. 569-570).

Disso decorre a necessidade e importância dos cursos de formação inicial de professores que ensinam Matemática problematizarem a ausência de discussões nesse sentido e tensionarem para um resgate étnico-cultural, histórico e memorístico das civilizações que nos antecederam diretamente no solo em que hoje habitamos. Nos debruçamos, desse modo, sobre “[...] a importância dos estudos etnomatemáticos para o resgate da memória dos povos originários da América, e como esta perspectiva pode propiciar espaços de insubordinação na Educação Matemática quando articulados a partir de uma matriz anticolonial” (Wagner, 2023, p. 572).

É dessa problemática e dessa dificuldade de observar produções sobre as práticas matemáticas nativas da América, que nasce o movimento de pesquisa aqui apresentado. Já havendo nos inquietado a ausência de literatura específica sobre a história da Matemática no Ceará – que resultou na publicação de Melo (2024) –, ao ministrar essa disciplina no primeiro semestre de 2024, em uma universidade pública cearense, nos deparamos dessa vez com a quase ausência das matemáticas dos povos Maias, Incas e Astecas nas obras usualmente utilizadas como referência, estando estes, em sua maior parte, limitados a menções de algumas poucas páginas ou notas abreviadas nos textos.

Surgiu, assim, a provocação de realizarmos um levantamento bibliográfico nas principais bases de dados brasileiras sobre publicações nesse sentido, a fim de compor um repertório que nos permitisse melhor compreender as práticas matemáticas dessas civilizações. Não contávamos, todavia, que o número de menções a essa cultura fosse igualmente reduzido, para não dizer ínfimo. Ao pesquisar por artigos científicos sobre essa temática, no Portal de Periódicos da CAPES e no Google Acadêmico, combinando os descritores de busca “Matemática”, “Inca(s)”, “Maia(s)” e “Asteca(s)”, fomos capazes de localizar apenas o texto “Sistemas de numeração Maia, Inca e Asteca: um pouco de matemática das civilizações pré-colombianas”, de Gilson Prata Filho, Ligia Sad e Edmar Thiengo (2022), que aborda os sistemas de numeração nessas três civilizações, fazendo um interessante trabalho analítico focado nos números.

Já na busca por teses e dissertações, no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), utilizando os mesmos des-

critores de busca, localizamos apenas a dissertação intitulada “Calendários e o tempo maia: uma análise baseada em fatores astronômicos e socioculturais”, de Carolina Moreira (2016), que trata da percepção e cálculo do tempo nessa civilização em específico, numa abordagem, como o título menciona, astronômica e sociocultural, isto é, estando as práticas (e procedimentos) matemáticas(os) inseridos nesse contexto.

Além dessa, é possível citar as dissertações de Domingo Rocché (2006), que aborda o uso do sistema de numeração vigesimal em comunidades Q’Eqchi’ (descendentes dos povos Maias originários), na Guatemala, a partir de uma pesquisa etnográfica, em que as práticas de contagem se inserem num contexto cultural mais amplo; de Darice Padrão (2008), que discute a origem do zero ao longo da história, inclusive na perspectiva da civilização maia, como uma das primeiras a utilizarem um símbolo para o “vazio”; e de Eliane Silva (2017), que aborda o ensino de sistema de numerações baseados em informações históricas, dentre as quais o sistema de numeração maia. Colocamos estas “em separado”, pois, embora tragam elementos importantes da matemática histórica dos Maias (sem, porém, mencionar os Incas e Astecas), o fazem como complemento ou suporte para outra discussão. Ou seja, não têm como foco, de fato, abordar os saberes e práticas matemáticas desses povos.

Fora isso, e algumas menções nos livros-texto de Eves (2004), Cajori (2007) e Berlinghoff e Gouvêa (2008), pouco é dito sobre essas civilizações, a não ser em sites e blogs de baixa confiabilidade acadêmica. Diante dessa escassez, e visando compor uma discussão teórica mais ampla, que abranja panoramicamente as matemáticas desses grupos étnicos, como uma espécie de guia de estudo, o presente trabalho tem por objetivo abordar aspectos e contribuições das matemáticas dos povos Maias, Incas e Astecas, a partir de uma revisão narrativa de literatura nacional e internacional. De maneira específica, intencionamos problematizar a escassa abordagem a esse tema de pesquisa no âmbito da história da Matemática; reunir referências que possam guiar estudos futuros que se aprofundem sobre alguma(s) dessas civilizações e seus saberes matemáticos; e sumarizar aspectos gerais sobre as práticas matemáticas maias, incas e astecas, a fim de colaborar na formação inicial de futuros(as) professores(as) de Matemática.

Para tanto lançamos mão de uma busca mais abrangente, utilizando descritores em inglês, tais como “*matematics*”, “*mayan*”, “*inca*” e “*aztec*” nas bases de dados já citada e em outros buscadores, a fim de ampliar nosso escopo de achados sobre o tema. Metodologicamente não podemos definir esse processo como uma revisão de literatura usual, pelo menos não nos termos de Robert Stake (2011), visto que, diferentemente do que havia sido planejado inicialmente, não procedemos com uma base de dado específica e parâmetros bem definidos. Fomos, ao invés, localizando, numa abordagem de revisão narrativa de literatura (Rother, 2007; Fernandes; Vieira; Castelhana, 2023), obras internacionais, em inglês e espanhol, com ênfase em livros e artigos, que abordassem o tema e nos trouxessem luz ao que a literatura nacional não havia sido suficiente em sanar.

Sendo assim, a discussão que aqui se apresenta tem caráter teórico, fruto de uma revisão narrativa de literatura, e tem relevância na medida que busca sistematizar o conhe-

cimento matemático dos povos nativos da América (os quais evitamos chamar pré-colombianos, para não pautar sua história e denominação já em função do colonizador). Essa tentativa de síntese ou agrupamento, do que já vem sendo discutido e abordado a esse respeito, visa propiciar discussão nos cursos de licenciatura em Matemática, a fim de que a formação histórica do(a) futuro(a) professor(a) tenha viés anticolonizador e se dê numa perspectiva da historiografia atualizada, para que este(a) possa fundamentar suas práticas em saberes críticos e emancipados/emancipadores.

Em termos estruturais, após esta introdução, que se alonga por trazer elementos teóricos e metodológicos do artigo, apresentamos três seções, uma para cada civilização aqui abordada, na intenção de sumarizar, apresentar e debater brevemente a literatura, nacional e internacional, localizada. Por fim, apresentamos um esforço de síntese, que naturalmente não encerra a discussão, mas conclui nossa exposição.

## 2. ENTRE CONTAGENS DO TEMPO E A NOÇÃO DE ZERO: AS MATEMÁTICAS DOS POVOS MAIAS

Chamamos de civilização Maia o conjunto de povos que se situaram “[...] na confluência entre a América do Norte e a América Central, tendo por eixo a península de Yucatán” (Gendrop, 1987, p. 22), em uma região que abrange o sudeste do México, toda a Guatemala e Belize e as partes ocidentais de Honduras e El Salvador. Geralmente conhecidos como os povos originários que mais prosperaram e se desenvolveram enquanto civilização no continente americano, cumpre ressaltar, apoiados em Paul Gendrop (1987, p. 7), que

[...] quando se deu a colonização espanhola, dois grandes povos dominavam o panorama cultural da América pré-colombiana: os Astecas, no planalto Mexicano, em direção ao extremo meridional da América do Norte, e os Incas, na região andina da América do Sul. Nos dois casos, estes povos jovens e belicosos constituíam os últimos elos de uma cadeia altamente complexa de civilizações indígenas que se sucederam ao longo de três milênios. No momento, porém, em que os espanhóis – nos altiplanos da Guatemala ou na península do Yucatán – entraram em contato com povos pertencentes mais ou menos diretamente ao ramo maia, já fazia seis ou sete séculos que se extinguiu o esplendor clássico maia: e as cidades em ruínas, devoradas pela floresta tropical, estavam na maior parte esquecidas.

De acordo com Martel e Villalón (2004, p. 164), “*El período clásico de la civilización maya abarca del 250 d.C. al 900 d.C., aunque se construyó partiendo de una civilización que llegó a habitar un territorio que corresponde en la actualidad a lo que se ha dado en llamar la zona mesoamericana [...] y que se remonta al 2000 a.C.*”. Diante desse cenário, três são as principais fontes para o conhecimento acerca dos Maias: “1. *Las inscripciones jeroglíficas localizadas en columnas llamadas estelas [...]; 2. Las pinturas y jeroglíficos encontrados en paredes de minas y cuevas mayas [...]; 3. Los manuscritos supervivientes a la conquista y posterior destrucción española de la cultura maya*” (Martel; Villalón, 2004, p. 164).

Tal como os demais povos nativos americanos (e de muitas outras partes do globo), os Maias possuíam uma fascinação pela observação do cosmos e de seus mistérios, o que fez deles os povos “[...] que mais empregaram a sua concepção de tempo em todos os seto-

res da sociedade, criando uma relação de dependência para com este conceito dificilmente encontrado em outra sociedade” (Moreira, 2016, p. 4). Isso resultou numa sofisticada forma de calcular o tempo, tornando-os, muito possivelmente, os únicos a possuírem dois calendários dos quais se serviam simultaneamente: “[...] um calendário ritual [chamado *tzolkin*, ou ano sagrado] de 260 dias divididos em 13 grupos de 20 dias; e um calendário solar, ‘vago’ ou civil [chamado *Haab*], de 365 dias [...], comportando 18 grupos de 20 dias mais cinco dias adicionais, geralmente considerados nefastos” (Gendrop, 1987, p. 39). Comentam Martel e Villalón (2004, p. 176) que:

*[...] los mayas fueron capaces de efectuar mediciones astronómicas de una muy aceptable exactitud y que realizaban usando palos como únicos instrumentos. De este modo, calcularon la aproximación de 365'242 días para la duración del año solar, que en la actualidad se considera como 365'242198 días. Igualmente, aproximaron de manera muy exacta la duración del mes lunar como de 29'5302 días, mientras que hoy se sitúa en 29'53059 días.*

Magaña (1990, p. 20) acrescenta, ainda, que “*La fórmula calendárica de corrección, concebida por los antiguos sacerdotes astrónomos mayas, aparentemente entre los siglos VI y VII de nuestra era, era más exacta que nuestra propia corrección gregoriana del año bisiesto, que no se introdujo sino hasta 1582*”. Não à toa que, ao remetermos à cultura e civilização maia, um dos primeiros aspectos que vêm em mente é seu calendário, concepção e formas de calcular o tempo.

Para auxiliar nesses cálculos do tempo, os maias possuíam um arrojado sistema de numeração, considerado por Barta, Llama-Flores e Galima (2009, p. 6) como o mais complexo de todos os sistemas matemáticos nativos americanos, e, para Martel e Villalón (2004, p. 167), citando Guedj (1996), um dos mais econômicos (em termos de símbolos) que já existiu. Seu estudo foi possível graças ao Códice de Dresden<sup>6</sup>, cópia feita no século XI de um tratado sobre astronomia elaborado entre os sécs. VII e VIII, que permitiu estabelecer “[...] *que la civilización maya empleaba un sistema de numeración vigesimal que usaba de manera auxiliar otro de base 5*” (Martel; Villalón, 2004, p. 167).

Martel e Villalón (2004, p. 169), apoiados em Joseph (2000), afirmam que esse sistema de numeração utilizado para realizar os cálculos do calendário maia já seria utilizado desde pelo menos 400 a.C. Possuía apenas três símbolos, sendo eles o ponto, para representar a unidade, o traço para representar cinco unidades (oriundo da junção de cinco pontos horizontais) e um símbolo próprio para o zero, possivelmente a representação da concha de um caracol (Martel; Villalón, 2004).

5 Havia, ainda, uma outra forma de calcular o tempo – considerada por alguns como um terceiro calendário –, chamada de contagem longa (*cuenta larga*). Uma espécie de contagem absoluta desde o ano de 3114 a.C., ao qual os maias creditavam a fundação de sua cultura, isto é, o início dos tempos. A interpretação incorreta desse calendário mesoamericano de contagem longa forma a base da crença de que um cataclisma aconteceria ao final de 2012 d.C., sendo este, na verdade, apenas o fim de um ciclo, e não o fim dos tempos para os Maias. Para uma compreensão completa dessa temática do cálculo do tempo cf. Moreira (2016).

6 Apenas quatro manuscritos maias ainda existem em todo o mundo, dos quais o mais antigo e melhor preservado é o Códice de Dresden, mantido nas coleções da *Saxon State and University Library Dresden*, na Alemanha. O manuscrito foi comprado para a biblioteca da corte de Dresden em 1739 em Viena, como um “livro mexicano”, sendo identificado como um manuscrito maia apenas em 1853. Composto por 39 folhas, inscritas em ambos os lados e com aproximadamente 358 centímetros de comprimento, o manuscrito retrata hieróglifos, numerais e figuras, e contém calendários rituais e de adivinhação, cálculos das fases de Vênus, eclipses do sol e da lua, instruções relacionadas às cerimônias de ano novo e descrições dos locais do Deus da Chuva, que culminam em uma miniatura de página inteira mostrando um grande dilúvio. O códice por ser encontrado, na íntegra, em <https://hdl.loc.gov/loc.wdl/wdl.11621> (acesso em: 10 out. 2024).

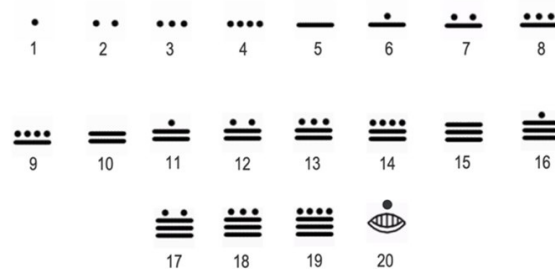
Antes de adentrar na organização e estrutura desse sistema de numeração, todavia, cumpre reservarmos algum espaço para abordar a respeito do zero. Martel e Villalón (2004, p. 168) apontam que “[...] *los mayas comprendieron que era imprescindible un símbolo indicativo de la ausencia de unidades de un orden para que su sistema de numeración posicional funcionase de manera apropiada y sin ningún tipo de ambigüedad en su interpretación*”. Assim, “[...] *los mayas llegaron a la conceptualización dialéctica del cero como un símbolo de fin y principio, la cual difiere de la forma en que se considera al cero en el sistema decimal y sitúa a los mayas en un lugar especial dentro las corrientes del pensamiento matemático-filosófico*” (Ortiz-Franco, 2004, p. 179).

Em relação à cronologia do uso do zero, Magaña (1990, p. 20) assevera que “*Las evidencias actuales indican que este descubrimiento lo realizaron por separado y que los mayas se anticiparon a los hindúes por un poco más de seiscientos años*”. Nesse sentido, “Há razão para creditar aos maias a primeira invenção do símbolo zero [...] encontrados em muitas contagens cronológicas no Códice de Dresden, onde ocorrem em contextos posicionais, assim como outros numerais” (Closs, 2000, p. 217, tradução nossa<sup>7</sup>). Nas palavras de Navas e Galdámez (2018, p. 1063):

*La invención o descubrimiento del cero se dio de forma independiente en diferentes partes del mundo. Las más antiguas pruebas arqueológicas de la escritura del cero en un sistema de numeración posicional datan de 683 d.C. en lo que hoy es Camboya (Akzel, 2014), y del 36 a.C. en lo que hoy es Chiapas, México [...], durante el período Preclásico tardío (que va desde el 100 a.C. hasta el 250 d.C. [...]) de la civilización maya.*

Desse modo, o sistema de numeração maia era representado da seguinte forma:

**Figura 1** – Sistema de numeração maia



**Fonte:** Martel e Villalón (2004, p. 167).

Muitos textos, a fim de simplificá-lo em sua complexidade, apontam o sistema maia de numeração como vigesimal, atribuindo isso ao fato de utilizarem os dedos das mãos e dos pés para os cálculos, visto que “Para os Maias, o pé era de extrema importância, pois estes ‘os ligavam à terra’ e ao mundo” (Prata Filho; Sad; Thiengo, 2022, p. 5). Todavia, nota-se, de imediato, não se tratar de um sistema puramente vigesimal, por ter como suporte agrupamentos de cinco, muito provavelmente por ser essa a quantidade de dedos em uma mão ou em um pé. Ademais, em análise aprofundada nota-se não se tratar de um siste-

<sup>7</sup> No original: “There is reason to credit the Maya with the first invention of a zero symbol [...] found in many chronological counts in the Dresden Codex where they occur in positional contexts just as other numerals”.

ma inteiramente vigesimal, devido a um outro aspecto mais específico, Conforme apontam Martel e Villalón (2004, p. 168-169):

*La primera cifra indicaba el número de unidades de primer orden (que iba de 1 a 19). La segunda cifra indicaba el número de unidades de segundo orden, por lo que debiera indicar cuántos veintes había en el número escrito (no más de diecinueve veces veinte). En consecuencia, la tercera cifra debería indicar el número de cuatrocientos contenidos en el número representado. Pues aquí es donde se encuentra la obstrucción a que el sistema sea puramente vigesimal: la tercera cifra lo que indicaba en realidad era cuántas veces estaba contenido el producto  $18 \times 20 = 360$  en el número representado. A partir de ahí volvemos a una notación más habitual: la cuarta cifra hace referencia a  $18 \times 20^2$ , la quinta a  $18 \times 20^3$ ...*

Isso significa que os números maias (que eram escritos verticalmente, de cima para baixo) possuíam uma segunda ordem não vigesimal, mas sim de agrupamento de 18, muito provavelmente devido ao fato de que 360 ( $12 \times 18$ ) equivalia ao ano maia, o que tornaria mais fácil o cálculo das datas. Para facilitar a compreensão, perceba o leitor que em nosso sistema decimal os números são formados pela composição de multiplicações por bases 10, e, portanto, são escritos na forma:  $d_k \times 10^k + d_{k-1} \times 10^{k-1} + \dots + d_1 \times 10^1 + d_0 \times 10^0$ . Por exemplo,  $354 \text{ é } 3 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 4 \times 10^0 = 3 \times 100 + 5 \times 10 + 4 \times 1$ . Já no sistema maia, a razão do aumento das unidades não era de 10, como no hindu, mas de 20, exceto na terceira ordem. Isto é “20 unidades da mais baixa ordem [...] formavam uma unidade da próxima ordem superior (*unials*, ou 20 dias), 18 unials formavam uma unidade da terceira ordem (*tun*, ou 360 dias), 20 tuns formavam uma unidade de quarta ordem (*katun*, ou 7.200 dias) [...]” (Cajori, 2007, p. 111, grifo do autor), e, assim, sucessivamente, aumentando sempre em agrupamentos de 20 a partir da quarta ordem.

Em relação às operações básicas de soma e subtração, por se tratar de um sistema de caráter aditivo, a literatura é concordante em dizer que os maias realizavam tais cálculos, o que pode ser conferido em profundidade, por exemplo, em Navas e Galdámez (2018). Todavia, há certa divergência em se tratando das operações de multiplicação e divisão. Martel e Villalón (2004, p. 175), afirmam que “[...] *la mayoría de los autores suelen asegurar que no disponían de métodos que les permitiesen multiplicar sus números y, menos aún, realizar la división de números*” (Martel; Villalón, 2004, p. 175). Enquanto Magaña (1990, p. 19) afirma haver conhecimento acerca da multiplicação, atestado no livro *Relación de las Cosas de Yucatán*, escrito no século XVI, pelo frei Diego de Landa, onde esse relata a “*manera de contar de los naturales de esta tierra ..., utilizando piedras y varitas en el piso o cosa llana*”.

De todo modo, chama atenção o fato de não haver menção ao conceito de fração (como no caso dos egípcios, por exemplo), que, intuitivamente, decorreria das operações de multiplicação e, especialmente, divisão. Closs (2000, p. 224) levanta o questionamento, inclusive, de “[...] como os Maias puderam ser precisos [especialmente na medição do tempo e dos ciclos dos astros] sem a necessidade de frações em sua aritmética baseada em números inteiros” (tradução nossa<sup>8</sup>).

8 No original: “[...] *how the Maya could be precise without the necessity of fractions in their integer-based arithmetic*”.

Para além dos números e das operações, cumpre dizer que “A visibilidade da matemática na cultura maia antiga vai além do uso de números e cálculos nos textos maias. Ela também aparece na iconografia” (Closs, 2000, p. 226, tradução nossa<sup>9</sup>). Em vasos de cerâmica é possível observar cenas de escribas envolvidos em atividades matemáticas, como na Figura 2, que, em (a), retrata, na pintura de um vaso do século VIII, uma aula de matemática (que fazia parte do “currículo” de formação para essa função), em que os escribas aprendem com um deus; e, em (b), deuses maias da matemática (à esquerda) e da escrita (à direita).

**Figura 2** – Antigas ilustrações maias com inscrições matemáticas



**Fonte:** Closs (2008, p. 1409 e 1410).

Nem todos os escribas, todavia, eram especialistas em matemática (considerando esta como a prática dos números e dos cálculos da época), e aqueles que eram possuíam grande prestígio, sendo reconhecidos como um grupo especializado na classe dos escribas (Closs, 2000). Além disso,

Também temos algumas indicações de conhecimento geométrico entre os maias, mas nada derivado de textos escritos. As informações obtidas vêm do estudo da arquitetura e das plantas do local. Por exemplo, há razões para acreditar que um arranjo de três templos principais em Tikal – nos vértices de um triângulo retângulo isósceles – não é coincidência. Muitos outros alinhamentos sugerindo preocupações geométricas intencionais foram propostos em vários locais maias, mas nenhuma síntese adequada da geometria envolvida foi alcançada ainda (Closs, 2008, p. 1409, tradução nossa<sup>10</sup>).

### 3. ENTRE QUIPUS E YUPANAS: AS MATEMÁTICAS DOS ANDINOS DO TAHUANTINSUYU, OS INCAS

Originários da região de Cusco, no atual Peru, os Incas foram povos nativos que expandiram seu império para localidades vizinhas, do sul da Colômbia ao Chile e à Argentina (Favre, 2004). Cumpre esclarecer que o termo “Inca”, na verdade, se refere a vários grupos que possuíam um mesmo governo, religião e idioma, ainda que de origens culturais distintas, os quais, para descrever seu próprio território usavam a expressão “Tahuantinsuyu”, que significa literalmente “terra dos quatro cantos” (Gilsdorf, 2000). Ao nos referirmos ao

<sup>9</sup> No original: “The visibility of mathematics in ancient Maya culture goes beyond the use of number and calculation in the Maya texts. It also appears in the iconography”

<sup>10</sup> No original: “We also have some indications of geometrical knowledge among the Maya but nothing derived from written texts. Information that has been obtained comes from the study of architecture and site plans. For example, there are reasons to believe that an arrangement of three major temples at Tikal– at the vertices of an isosceles right triangle– is not coincidental. Many other alignments suggesting intentional geometrical concerns have been proposed at various Maya sites, but no adequate synthesis of the geometry involved has yet been achieved”.

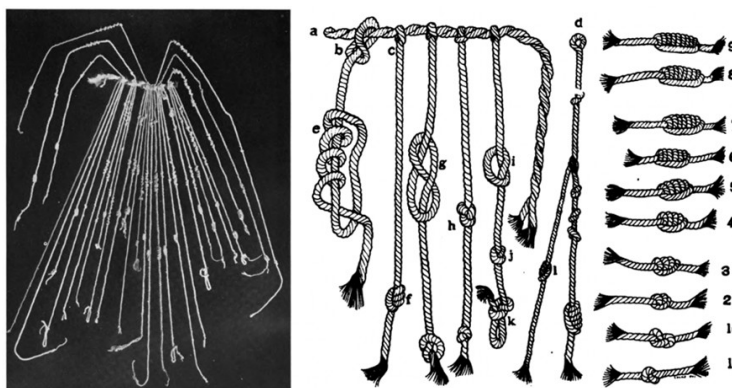
“império inca”, portanto, estamos tratando do território controlado pelos Incas entre o século XV e meados do século XVI, embora tenha havido “[...] outros grupos antes e durante aqueles anos que tiveram influência significativa sobre os Incas e sua matemática”, conforme afirma Thomas Gilsdorf (2000, p. 189, tradução nossa<sup>11</sup>).

Diferente dos Maias e dos Astecas, como veremos, os Incas não utilizavam um sistema de escrita como conhecemos, sendo sua tradição majoritariamente oral. Nesse contexto se insere o instrumento mais conhecido relacionado a práticas matemáticas – sobretudo de controle dos tributos e organização social –, o quipu (ou khipu). Trata-se de um artefato de algodão ou lã, composto por um cordão principal, que pode variar de alguns centímetros a mais de um metro de comprimento, do qual pendem cordas menores que geralmente não ultrapassam 0,5 metro. Segundo Martel e Villalón (2004, p. 182), “*La palabra quipu pertenece al quechua, la lengua del pueblo inca, y su significado es ‘nudo’*”, em português “nó”. De acordo com Ascher e Ascher (2008, p. 1863),

Os quipus eram usados, por exemplo, para acompanhar os rendimentos agrícolas e os tamanhos das populações. Há boas razões para acreditar que eles eram usados para acompanhar eventos astronômicos. Além disso, eles podem ter sido usados para fins de planejamento, como traçar estruturas a serem construídas ou programar quantidades e tipos de bens a serem movidos de um local para outro (tradução nossa<sup>12</sup>).

A partir dos anos de 1880 começaram a ser recuperados quipus dos túmulos de fabricantes e usuários, passando a fazer parte de acervos científicos, e uma das primeiras estudiosas a se interessar pelo assunto foi a historiadora Leslie L. Locke, que, ainda em 1912, publicou o artigo intitulado “O antigo quipu: um registro de nó peruano” (Locke, 2012) e, em 1923, um livro de mesmo nome (Locke, 1923). A Figura 3, abaixo, traz um registro fotográfico de um quipu e uma ilustração dos tipos de nós identificados.

**Figura 3** – Tipos de nós representados na obra “O antigo Quipu” (1923)



**Fonte:** Locke (1923, Frontispício e p. 13)

11 No original: “[...] other groups before and during those years that had significant influence on the Incas and their mathematics”.

12 No original: “Quipus were, for example, used to keep track of agricultural yields and population sizes. There is good reason to believe that they were used to follow astronomical events. Also, they may have been used for planning purposes, such as laying out structures to be built or scheduling amounts and types of goods to be moved from one location to another”.

Sobre a composição dos quipus, Gilsdorf (2000, p. 194) afirma:

Quipus em branco eram primeiro formados e, em seguida, preenchidos com informações na forma de nós nas cordas. Um quipu consiste em vários tipos de cordas. Há sempre uma corda *principal*, à qual outras cordas *pendentes* são amarradas. Pode haver cordas amarradas aos pingentes, chamadas cordas *subsidiárias*, e pode haver cordas *superiores* e cordas de *pontas pendente*. Os quipus podem ter apenas algumas cordas ou até milhares. Algumas das cordas, como as cordas superiores, geralmente têm totais de valores de outras cordas como seus valores (Gilsdorf, 2000, p. 194, tradução nossa<sup>13</sup> e grifo do autor).

Além dos textos de Locke (1912; 1923), análises minuciosas das ideias matemáticas de contagem presente nesse artefato podem ser conferidas em Gilsdorf (2000; 2008) e Ascher e Ascher (2008), leituras que recomendamos àqueles interessados em conhecer em detalhes tais ideias. Ao que cabe à presente exposição, cumpre dizer que nos quipus havia, ao menos, três tipos de nós: “[...] nós *simples* representando potências de dez, nós *longos* com vários laços representando dígitos entre 2 e 9, e nós em *forma de oito* representando o número um” (Gilsdorf, 2000, p. 195, tradução nossa<sup>14</sup> e grifo do autor). O espaçamento entre os nós indica a consciência e uso do conceito do zero e valores relativos, sugerindo que o sistema de numeração inca era posicional, além de que cordas de cores distintas eram usadas, representando diferentes tipos de dados computados (Gilsdorf, 2000).

Boa parte do que se sabe acerca dos quipus se deve a uma carta de Felipe Guamán Poma de Ayala, historiador inca do século XVII, na qual aparecem vários desses instrumentos desenhados (Martel; Villalón, 2004), conforme vê-se na Figura 4, a seguir:

**Figura 4** – Fac-símile (1936) de ilustração de “*Nueva corónica y buen gobierno*” (1615, p. 360), de Felipe Guamán Poma de Ayala



**Fonte:** Gilsdorf (2000, p. 196).

13 No original: “Blank quipus were first formed, then filled with information in the form of knots on the cords. A quipu consists of several types of cords. There is always a main cord, to which other, pendant, cords are tied. There can be cords tied to the pendants, called subsidiary cords, and there can be top cords and dangle-end cords. Quipus can have just a few cords, or up to thousands. Some of the cords, such as top cords, often have totals of values of other cords as their values”.

14 No original: “Simple knots representing powers of ten, long knots with several loops representing digits between 2 and 9, and figure eight knots representing the number one”.

Diante do exposto, entende-se que o quipu é um instrumento de registro de informações, não apenas numérica, mas também de outras naturezas, em papel semelhante ao da escrita (Gilsdorf, 2000). Segundo Barta, Llamas-Flores e Galima (2009, p. 14), há especulações de que “[...] os nós também podem ter sido usados para representar sons e consoantes na língua quíchua e que, se pudessem ser decodificados corretamente, poderíamos ouvir uma gravação ‘verbal’ representada no sistema numérico” (tradução nossa<sup>15</sup>). Seus fabricantes e intérpretes era os quipucamayocs, que detinham conhecimento matemático significativo e a função de explicar as informações sobre os quipus para a realeza inca, representando, em certa medida, matemáticos com alto status social (Gilsdorf, 2000).

Todavia, fica entendido que os quipus eram instrumentos utilizados para o registro de valores e não para realização dos cálculos. Segundo Gilsdorf (2000, p. 199), “Na verdade, os nós em quipus conhecidos são apertados, o que implica que os valores neles são fixos. Isso nos leva a perguntar como eles fizeram os cálculos. A resposta a essa pergunta ainda não é compreendida” (tradução nossa<sup>16</sup>). Vestígios, porém, dessa resposta também podem ser visualizados nas ilustrações das cartas de Felipe Guamán, como mostra a Figura X, retratada anteriormente. Note o leitor que, além do quipu nas mãos do quipucamayoc ilustrado, no canto inferior esquerdo há um dispositivo em formato quadriculado preenchido por pontinhos, denominado yupana.

Acredita-se, desse modo, ser esse o instrumento utilizado para a realização de cálculos pelos Incas, associado ao quipu para seu registro. Como afirmam Martel e Villalón (2004, p. 185), “*Pese a la creencia general de que la yupana fue el ábaco inca, existen algunos historiadores que discrepan de esta opinión. Desde luego, si realmente la yupana era un ábaco, sería interesante saber en qué problemas lo empleaban para su resolución*”. Tais especulações e suposições do que, de fato, teria sido essa grade retangular e como funcionaria são discutidas em Gilsdorf (2000; 2008), Martel e Villalón (2004) e, especialmente, Vilca-Apaza et al. (2023), este último, inclusive, com aplicações didáticas dessa ferramenta.

Como dito, pela ausência de evidências, nenhuma forma de escrita inca foi encontrada. Nas palavras de Favre (2004, p. 72), os Incas “Não deixaram qualquer documento semelhante aos calendários mesoamericanos, que permitiria hoje avaliar a extensão e a precisão do saber que, a partir de tal observação, eles haviam elaborado no domínio do cômputo do tempo”. Todavia, ao que compete a números e contagem, há de se observar ainda o dialeto quechua e suas “palavras numéricas”. Sabe-se, pelos registros, que os Incas contavam com um sistema de numeração decimal, diferentemente de seus irmãos do continente americano. Gilsdorf explica que havia 12 palavras numéricas básicas, conforme o Quadro 1, abaixo, as quais eram combinadas para formar os números.

15 No original: “*Researchers speculate, but have never proven, that the knots may also have been used to represent sounds and consonants in the Quechua language, and that if these could be properly decoded, we could hear a ‘verbal’ recording depicted in the numeric system*”.

16 No original: “*In fact, the knots on known quipus are tight, implying that the values on them are fixed. This leads us to ask how they made the computations. The answer to this question is still not understood*”.

**Quadro 1** – Palavras numéricas incas

<i>huk</i>	1	<i>qanchis</i>	7
<i>ishkay</i>	2	<i>pusaq</i>	8
<i>kimsa</i>	3	<i>isqon</i>	9
<i>chuska</i>	4	<i>chunka</i>	10
<i>pichqa</i>	5	<i>pachak</i>	100
<i>soqta</i>	6	<i>waranqa</i>	1.000

**Fonte:** Gilsdorf (2000, p. 194).

Segundo esse autor, os números mais complexos eram formados pelo esquema: [multiplicador] {núcleo} (adicional), sendo o núcleo sempre uma potência de 10 (Gilsdorf, 2000, p. 194). Por exemplo:

1. *kimsa pachak*:  $[3] \{100\} = 3 \times 100 = 300$
2. *chuska chunka soqta*:  $[4] \{10\} (6) = 4 \times 10 + 6 = 46$
3. *waranqa ishkay chunka pusaq*:  $\{1.000\} [2] \{10\} (8) = 1.000 + (2 \times 10 + 8) = 1.028$ .

Um último aspecto a ser aqui tratado sobre as práticas matemática dos Incas é a presença de padrões geométricos e simetrias nos processos de tecelagens e olaria tradicionais desses povos, reconhecidos por seus ornamentos e estampas típicas. Gilsdorf (2008, p. 910) discorre sobre essa questão ao dizer, por exemplo que os Incas possuíam preferência pelo uso repetido de simetrias, o que poderia indicar um “[...] forte senso de ordem e precisão na cultura e matemática Inka. Isso corresponde ao nosso conhecimento geral dos Inkas como sendo uma cultura que mantinha registros cuidadosos por meio de seus khipus” (tradução nossa<sup>17</sup>). Embora possamos relacionar tais elementos às formas geométricas que hoje conhecemos, no contexto etnomatemático dos Incas é possível apenas especular em termos de contagem, atreladas a aspectos próprios da cultura, passada oralmente de geração em geração (Gilsdorf, 2008).

#### 4. ENTRE CÓDICES E NEPOHUALTZITZINS: AS MATEMÁTICAS DOS POVOS MEXICAS, OS ASTECAS

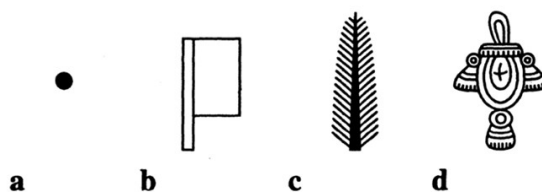
Situados no continente que hoje denominamos América Central, os mexicas, mais comumente conhecidos como Astecas, foram povos nativos da América, que constituíram um império e uma civilização ampla em cultura e tradição. Segundo Ortiz-Franco (2004, p. 176), “*La historia de la civilización azteca indica que los mexicas peregrinaron durante muchos años en busca de un lugar donde pudieran establecer su asiento político hasta que se asentaron en Tenochtitlan (1325), y el fin de su imperio llegó cuando los españoles conquistaron la capital azteca en 1521*”. Reza a lenda que o deus asteca Huitzilopochtli ordenou que esse povo rumasse ao sul em busca de um sinal de uma águia comendo uma serpente, o

<sup>17</sup> No original: “[...] strong sense of order and precision in Inka culture and mathematics. This corresponds with our general knowledge of the Inkas as being a culture that kept careful records via their khipus”.

que, de fato, encontraram no Vale do México, onde erigiram a cidade de Tenochtitlán, atual Cidade do México (Barta; Llamas-Flores; Galima, 2009).

As práticas matemáticas, tais como os sistemas numéricos, fizeram parte da cultura asteca, desde a medição do tempo até a arrecadação de tributos. Segundo Ortiz-Franco (2004), diversos sistemas numéricos, com variados níveis de complexidade, foram identificados na Mesoamérica. Mesmo na área dos lagos de Texcoco, onde a civilização asteca prosperou, coexistiam diferentes sistemas. Conforme afirmam Prata Filho, Sad e Thiengo (2022), em seu estudo sobre a numeração asteca, utilizavam um sistema vigesimal (isto é, de base 20; muito provavelmente por conta de seu calendário), não posicional, com numerais pictóricos, representado por símbolos (tal como o sistema egípcio de numeração):

**Figura 5** – Numerais astecas: (a) 1; (b) 20; (c) 400; (d) 8.000



**Fonte:** Closs (2000, p. 233).

Assim, uma unidade era representada por um ponto (ou, muitas vezes, um dedo), repetindo-se até 19 vezes. Para 20 unidades usava-se como símbolo uma bandeira; 400 (20×20) era representado por uma pluma (ou uma pena); e 8.000 (400×20) era simbolizado por uma bolsa, uma espécie de saco de incenso (Prata Filho; Sad; Thiengo, 2022). Desse modo, para representar as quantias necessárias, combinava-se os símbolos, independentemente de sua ordem, visto não se tratar de um sistema posicional.

Informações sobre esse sistema de numeração puderam ser acessadas graças ao Códice Mendoza<sup>18</sup> e outros (como o Códice Vergara e o Códice de Santa María Asunción), um conjunto de documentos – administrativos e financeiros – redigidos por escribas astecas pouco após a conquista espanhola, por ordem do vice-rei D. Antônio Mendoza, a fim de registrar os tributos a serem pagos ao Império no reinado de Motecuhzoma II (Soustelle, 2002). Para Jacques Soustelle (2002, p. 87), em sua obra detalhista sobre a civilização asteca, “Cada uma de suas páginas enumera, em caracteres hieroglíficos, as cidades, as províncias e a natureza e quantidade de mercadorias que a província deveria entregar aos coletores de impostos”.

Outro aspecto importante das práticas matemáticas dos Astecas era a medição do tempo, de acordo com o que também afirma Soustelle (2002). No próprio Códice Mendoza, por exemplo, pode-se observar, no entorno dos desenhos centrais, quadros em azul com representações das datas dos eventos ali narrados. Para o referido autor,

Menos complexas e menos perfeitas que as dos maias, a aritmética e a cronologia astecas nem por isso constituíam um monumento intelectual menos extraordinário. Aspectos objetivos, juntamente com aspectos mágico-religiosos, aí estão inextrinca-

<sup>18</sup> Que pode ser conferido na íntegra em: <https://codicemendoza.inah.gob.mx>. Acesso em: 3 jul. 2024.

velmente fundidos. O ano dividia-se em 18 meses de 20 dias, mais cinco dias “ocos”. Paralelamente a esse calendário solar, havia um calendário divinatório, o *tonalpoualli*, de 260 dias, baseado na combinação de uma série de 13 números (de 1 a 13) e de 20 nomes (Soustelle, 2002, p. 55).

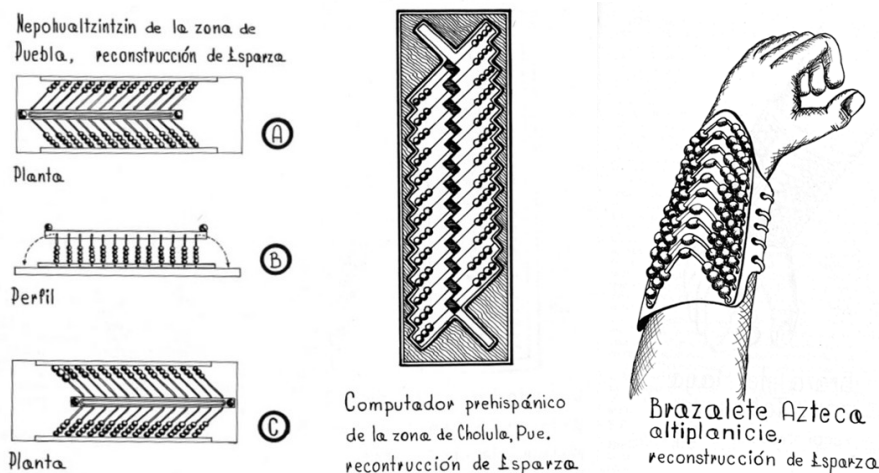
Um elemento consideravelmente conhecido em nosso tempo, que remete à contagem do tempo pelos povos originários é a Pedra do Sol, escultura de 358 centímetros de diâmetro e 98 centímetros de espessura, esculpida no início do século XVI, comumente interpretada como um calendário asteca. Todavia, embora possua entre suas representações talhadas em pedra maciça símbolos referentes aos 260 dias do ano asteca, segundo Villela e Miller (2010), após um estudo arqueológico e antropológico aprofundado, hoje sabe-se que se trata de um altar sacrificial. Ao centro há uma representação de uma divindade (provavelmente *Tonatiuh*, o Deus Sol) e ao redor, em círculos concêntricos, há elementos da cultura asteca, inclusive seu calendário.

Outro instrumento de grande importância da cultura pré-hispânica, símbolo de suas práticas matemáticas é o *Nepohualtzintzin*, considerado um ábaco americano. González e Sgreccia (2010) apontam que tal instrumento era utilizado para calcular, mas possuía um significado relevante na filosofia nahuatl, sendo uma espécie de incorporação da transcendência humana pelo cálculo. David Hidalgo (1977) aprofundou-se em seu estudo, produzindo reflexões sobre o pensamento computacional dos Astecas, e como este estava totalmente entrelaçado com a cosmovisão desse povo. Em seu livro “*Nepohualtzintzin: computador prehispánico en vigencia*” faz essa discussão, dizendo, sobre esse instrumento, que

*Su gran significación consiste en que, además de efectuar toda clase de operaciones en las cuales intervienen los números, también es útil en otras áreas del conocimiento, como la astronomía, al seguir el orden de las órbitas sinódicas de varios planetas, así como la órbita de la Luna y de la Tierra. El nepohualtzintzín, pues, es una matriz del cómputo o, mejor dicho, una computadora lograda, concebida, a través de miles de años de observaciones del comportamiento de las leyes de la naturaleza (Hidalgo, 1997, p. 15, grifo nosso).*

Cumprе chamar atenção para o fato de que civilizações anteriores aos Astecas, como os Olmecas e os Zapotecas, por exemplo, já se interessavam pela observação dos astros, pelo estudo das relações decorrentes destes e pela construção de artefatos que auxiliassem nos cálculos, visto que da fundação de Tenochtitlán até a queda do império, isto é, período de apogeu da civilização asteca, passaram-se apenas 200 anos. Isso significa que no continente americano, muito antes das chegadas dos europeus, já se produzia pensamento matemático avançado, e não apenas nos entornos do Mediterrâneo e Oriente Médio, como se costuma pensar ao estudar História da Matemática em sua vertente tradicional. Hidalgo (1977) traz, ainda, representações de variados modelos desse “computador asteca”, em diferentes regiões do atual México em que essa civilização esteve presente (Figura 6).

**Figura 6** – Representações de *Nepohualtzintzins* de diferentes regiões astecas



**Fonte:** Hidalgo (1997, p. 95, 97 e 100).

Por último, mas não menos importante, sabe-se que os Astecas possuíam conhecimentos sobre como calcular áreas de terrenos agrícolas. Esse conhecimento foi possível a partir dos Códice de Vergara<sup>19</sup> e o Códice Santa María Asunción, documentos que, assim como o Códice Mendoza, serviam para reunir informações sobre a cultura asteca para os colonizadores; no caso desses, em específico, sobre registros cadastrais. Os códices mostram a utilização de unidades de medida padronizadas, como o *quahuítl*, o que indica um entendimento prático de geometria para determinar a extensão de propriedades e campos (Williams; Harvey, 1988).

Em um estudo aprofundado sobre esses dois documentos, Williams e Harvey (1988), apontam que, além do cálculo de áreas, há também evidências sobre medições de perímetro e sobre o uso de frações, especialmente no contexto de medições de terras e tributos. A referência a medidas padronizadas, como o *quahuítl*, e a forma como essas medidas eram “marcadas” (em inglês, *flagged*, em referência à bandeira – *flag* – que simboliza o número 20) ou representadas nos códices indicam que os Astecas tinham um sistema de quantificação que poderia incluir frações, especialmente ao lidar com áreas menores ou subdivisões de propriedade. Segundo esses autores:

A primeira evidência para a notação posicional de base 20 usada para registrar numerais de área é fornecida por esses códices. [...] Empregado também nas seções *tlahuelmantli* está o conceito de “zero”, a primeira evidência direta desse importante conceito matemático nas terras altas do centro do México. Que campos menores que 400 *quahuítl* quadrados (20 por 20 *quahuítl*) são “marcados” por um glifo *qintli* sugere que 400 *quahuítl* quadrados (em *nahuatl*, literalmente “uma contagem” de terra) era uma unidade de área padrão, análoga a um acre inglês ou um hectare métrico (Williams; Harvey, 1988, p. 349, tradução nossa<sup>20</sup>).

Cumprе ressaltar que para esses pesquisadores, a análise dos códices mencionados aponta para o uso de símbolo para o zero e de notação posicional no cômputo de períme-

19 Que pode ser conferido, na íntegra, em: <https://hdl.loc.gov/loc/wdl/wdl.15278>. Acesso em: 11 jul. 2024.

20 No original: “The first evidence for base-20 positional notation used to record areal numerals is provided by these codices. [...] Employed also in the *tlahuelmantli* sections is the concept of “zero,” the first direct evidence of this important mathematical concept in the central Mexican highlands. That fields smaller than 400 square *quahuítl* (20 by 20 *quahuítl*) are ‘flagged’ by a *qintli* glyph suggests that 400 square *quahuítl* (in *Nahuatl*, literally ‘one count’ of land) was a standard areal unit, analogous to an English acre or a metric hectare”.

tros e áreas de terrenos, o que acontecia, contudo, em um sistema de representação “linha-e-ponto”, semelhante ao dos Maias. Para Harvey e Williams (1980, p. 499), “a notação posicional de linha e ponto era usada para registrar áreas de campos agrícolas, e a análise dos dados documentais sugere que as áreas eram calculadas aritmeticamente” (tradução nossa<sup>21</sup>). Ainda, conforme esses autores, “Essas descobertas demonstram que nem a notação posicional nem o zero eram exclusivos da área maia, e implicam um desenvolvimento matemático igualmente sofisticado entre os astecas” (Harvey; Williams, 1980, p. 499, tradução nossa<sup>22</sup>).

## 5. À GUIA DE UMA SÍNTESE...

Ao final desta escrita, cumpre retomarmos a importância de discutir a temática das práticas matemáticas das civilizações nativas da América no curso da história. Esse movimento se insere numa corrente epistemicamente insubordinada, que visa combater a colonialidade e o memoricídio dos saberes ancestrais – sobretudo os matemáticos – dos povos originários (Wagner, 2023). A partir do levantamento de bibliografia (Martel; Villalón, 2004; Barta; Llamas-Flores; Galima, 2009; Prata Filho; Sad; Thiengo, 2022), sobretudo em língua inglesa e espanhola, é possível afirmar que há bastante material e pesquisas realizadas, bem como textos escritos, mas pouco disso é traduzido para nossa língua e sistematizado de maneira acessível ao conhecimento e formação de futuros(as) professores(as) e, ainda, de pesquisadores(as) da área.

Sobre os Maias, pudemos ver elementos de sua precisa observação celeste e contagem do tempo, ancorada em um sistema de numeração vigesimal, que contou, pela primeira vez na história da humanidade, com um símbolo para o zero, como indicativo da ausência de quantidade em determinadas ordens do número (Gendrop, 1987; Magaña, 1990; Closs, 2000; 2008; Navas; Galdámez, 2018). Sobre os Incas, vimos que, muito mais que representações pictóricas (algarismos), esses povos investiram na concepção de contagem, com suas palavras numéricas, amparados por instrumentos ancestrais, elaborados para registrar tais contagens, como os quipus, e, possivelmente, para a realização dos cálculos, como as yupanas (Locke, 1912; 1923; Favre, 2004; Ascher; Ascher, 2008; Gilsdorf, 2000; 2008; Vilca-Apaza *et al.*, 2023). Já quanto aos Astecas, vizinhos próximos dos Maias, conhecemos seu sistema de numeração vigesimal e não posicional, com vestígios da noção de zero, além dos seus cálculos de tempo, área e perímetro, realizados no Nepohualtzintzin (Hidalgo, 1977; Harvey; Williams, 1980; 1988; Soustelle, 2002; González; Sgreccia, 2010; Villela; Miller, 2010).

Naturalmente, diante dessa imersão, inúmeras lacunas e questionamentos surgem, inclusive, como frutos da pesquisa. Como, por exemplo, a pouca menção a conhecimentos geométricos, especialmente aqueles relacionados à construção das grandes pirâmides americanas, tais como as pirâmides egípcias. O legado deixado nessa elaboração de intrincadas e simétricas pirâmides com dezenas de metros de altura, ao que tudo indica, perdeu-se no

---

21 No original: “Positional line-and-dot notation was used to record areas of agricultural fields, and analysis of the documentary data suggests that areas were calculated arithmetically”.

22 No original: “These findings demonstrate that neither positional notation nor the zero were unique to the Maya area, and they imply an equally sophisticated mathematical development among the Aztecs”.

tempo e na brutal fúria com que os conquistadores dizimaram não apenas os povos, mas as culturas originais do nosso continente. Além disso, pode-se também citar o distanciamento dos conhecimentos matemáticos americanos daqueles relacionados ao que viria a ser chamado de álgebra, que povos de outras partes do planeta, como os hindus e os árabes, já mobilizavam. Será que havia interesse por parte desses povos nativos em trabalhar com uma linguagem não necessariamente numérica, que permitisse operar com valores desconhecidos e/ou variantes, ou isso estava para além do necessário em suas práticas culturais?

Para essas e outras inquietações, somente maiores pesquisas históricas, arqueológicas, etnográficas e etnomatemáticas poderão apontar caminhos que nos conduzam a possíveis respostas. Assim, faz-se necessário maior esforço de pesquisa nessa temática, em uma tentativa mesmo de produzir maior material e sistematizar o conhecimento já produzido a esse respeito. Cumpre, ainda, garantirmos que esse tema faça parte da formação do(a) futuro(a) professor(a), insubordinando-se criativamente e possibilitando que aqueles(as) que educarão através da Matemática conheçam, inclusive, as práticas que já existiam em nosso continente, antes da chegada do europeu.

## 6. REFERÊNCIAS

ABREU, Livia Azelman de Fabia; ALMEIDA, Ana Mary Fonseca Barreto de; FERREIRA, Magno Luiz; OLIVEIRA, Carlos Antonio Assis de; SCHUBRING, Gert. A história da matemática nos livros-texto de Cajori, Eves, Boyer e Struik. **Revista Brasileira de História da Ciência**, Rio de Janeiro, v. 13, n. 2, p. 280-297, jul./dez. 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.53727/rbhc.v13i2.39>. Acesso em: 20 mar. 2025.

ASCHER, Marcia; ASCHER, Robet. Quipu. In: SELIN, Helaine. **Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures**. Volume 1, A-K. U.S., New York: Springer, 2008, p. 1863-1865.

BARTA, Jim; LLAMAS-FLORES, Silvia; GALIMA, Lenie. **Mathematics of the Americas**. California: Key Curriculum Press, 2009.

BERLINGHOFF, William P.; GOUVÊA, Fernando Q. **A Matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas**. ed. ampl. São Paulo: Edgard Blücher, 2008.

BOYER, Carl Benjamim. **História da matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

CAJORI, Florian. **Uma História da Matemática**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2007.

CARMO, Fernanda Maria Almeida do; QUEIROZ, Antonio José Melo de. Uma análise de elementos curriculares da disciplina História da Matemática nas licenciaturas do Ceará. **Revista Cocar**, Belém-PA, v. 14, n. 30, p. 1-18, set./dez. 2020. Disponível em: <https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/3665>. Acesso em: 10 dez. 2023

CLOSS, Michal P. Mathematics: Maya Mathematics. In: SELIN, Helaine. **Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures**. Volume 1, A-K. U.S., New York: Springer, 2008, p. 1406-1410.

CLOSS, Michael P. Mesoamerican mathematics. *In*: SELIN, Helaine (Ed.). **Mathematics across culture: the history of non-western mathematics**. Springer Dordrecht, 2000, p. 205-238.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

FAVRE, Henri. **A civilização inca**. Rio de Janeiro: Zahar, 2004.

FERNANDES, Jaciara Mayara Batista; VIEIRA, Lidiane Torres; CASTELHANO, Marcos Vitor Costa. Revisão Narrativa enquanto metodologia científica significativa: reflexões técnicas-formativas. **REDES**, [S. l.], v. 3, n. 1, p. 1-8, 2023. Disponível em: <https://www.editoraverde.org/portal/revistas/index.php/rec/article/view/223>. Acesso em: 18 nov. 2024.

GENDROP, Paul. **A civilização Maia**. Rio de Janeiro, Zahar, 1987.

GILSDORF, Thomas E. Ethnomathematics of the Inkas. *In*: SELIN, Helaine. **Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures**. Volume 1, A-K. U.S., New York: Springer, 2008, p. 903-914.

GILSDORF, Thomas E. Inca Mathematics. *In*: SELIN, Helaine (Ed.). **Mathematics across culture: the history of non-western mathematics**. Springer Dordrecht, 2000, p. 189-203.

GONZÁLEZ, Everardo Lara; SGRECCIA, Natalia. Nepohualtzitzin: un modelo matemático de cualidad. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática**, [S. l.], v. 3, n. 2, p. 24-54, 2010. Disponível em: <https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/26>. Acesso em: 21 nov. 2024.

HARVEY, H. R.; WILLIAMS, Barbara J. Aztec Arithmetic: Positional Notation and Area Calculation. **Science**, v. 210, n. 4469, p. 499-505, out. 1980. Disponível em: <https://doi.org/10.1126/science.210.4469.499>. Acesso em 10 ago. 2024.

HIDALGO, David Esparza. **Nepohualtzintzin: computador prehispánico en vigencia**. Mexico: Editorial Diana, 1977.

LOCKE, Leslie Leland. The ancient Quipu: a peruvian knot record. **American Anthropologist**, v. 14, n. 2, p. 325-332, 1912. Disponível em: <https://doi.org/10.1525/aa.1912.14.2.02a00070>. Acesso em: 10 out. 2024.

LOCKE, Leslie Leland. **The ancient Quipu**. United States: New Yourk, 1923.

MAGAÑA, Luis Fernando. Las matemáticas y los mayas. **Ciencias** 19, p. 19-26, jul. 1990. Disponível em: <https://www.revistas.unam.mx/index.php/cns/article/view/11147>. Acesso em 07 set. 2024.

MARTEL, Eugenio M. Fedriani; VILLALÓN, Ángel F. Tenorio. Los sistemas de numeración maya, azteca e inca. **Lecturas Matemáticas**, v. 25, n. 2, p. 159-190, 2004. Disponível em: <https://scm.org.co/archivos/revista/index.php?Rev=Lecturas&Vol=25&Num=2>. Acesso em: 10 set. 2024.

MELO, Carlos Ian Bezerra de. História da Matemática no Ceará: aproximações iniciais. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 11, n. 32, p. 1–18, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.30938/bocehm.v11i32.12422>. Acesso em: 18 dez. 2024.

MOREIRA, Carolina de Assis Costa. **Calendários e o tempo maia**: uma análise baseada em fatores astronômicos e socioculturais. 2016. 177f. Dissertação (Mestrado) –Universidade Federal do Rio de Janeiro, Programa de Pós-Graduação em História das Ciências e das Técnicas e Epistemologia. 2016. Disponível em: [https://minerva.ufrj.br/F/?func=direct&doc\\_number=000925550&local\\_base=UFR01](https://minerva.ufrj.br/F/?func=direct&doc_number=000925550&local_base=UFR01). Acesso em 19 ago. 2024.

NAVAS, Eduardo A.; GALDÁMEZ, Mirna G. El legado de las matemáticas mayas y la enseñanza de la matemática. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**. v. 31, n. 2, p. 1062-1069, 2018. Disponível em: [https://www.clame.org.mx/documentos/alme31\\_2.pdf](https://www.clame.org.mx/documentos/alme31_2.pdf). Acesso em 18 set. 2024.

ORTIZ-FRANCO, Luis. Testimonios sobre la cultura matemática en países latino-americanos: prolegómenos a las etnomatemáticas en Mesoamérica. **Relime**, n. 7, v. 2, p. 171-185, jul. 2004. Disponível em: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33507204>. Acesso em: 20 abr. 2024.

PADRÃO, Darice Lascala. **A origem do zero**. 2008. 74 f. Dissertação (Mestrado em Educação)– Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11332>. Acesso em: 20 ago. 2024.

PRATA FILHO, Gilson Abdala; SAD, Ligia Arantes; THIENGO, Edmar Reis. Mayan, Inca and Aztec numbering systems: a little mathematics of pre-colombian civilizations. **Research, Society and Development**, [S. l.], v. 11, n. 10, p. e145111032265, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.33448/rsd-v11i10.32265>. Acesso em: 18 dez. 2024.

ROCCHÉ, Domingo Yojcom. **Análise do uso atual do sistema de numeração vigesimal em cinco comunidades Q'Eqchi' de Guatemala**. 2006. 145 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, SP, 2006. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/9915>. Acesso em: 20 ago. 2024.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROTHER, Edna Terezinha. Revisão sistemática X revisão narrativa. **Acta Paulista de Enfermagem**, v. 20, n. 2, p. v–vi, abr. 2007. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0103-21002007000200001>. Acesso em: 19 set. 2024.

SAITO, Fumikazu. A pesquisa histórica e filosófica na educação matemática. **Revista Eventos Pedagógicos**. Edição Especial Temática: História, Filosofia e Educação Matemática Sinop, v. 9, n. 2 (24. Ed.), p. 604-618, ago./out. 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.30681/rep.v9i2.10087>. Acesso em: 10 jun. 2022.

SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Editora da Física, 2015.

SILVA, Eliane Siviero da. **Ensino de sistemas de numeração baseado em informações históricas: um estudo nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2017. 149f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Maringá, Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática. 2017. Disponível em: <http://repositorio.uem.br:8080/jspui/handle/1/4448>. Acesso em: 20 ago. 2024.

STAKE, Robert E. **Pesquisa qualitativa: estudando como as coisas funcionam**. Porto Alegre: Penso, 2011.

SOUSTELLE, Jacques. **A civilização Asteca**. Trad.: Julia Goldwasser. Rio de Janeiro, Zahar, 2002.

VILCA-APAZA, Henry-Mark; APAZA, William Walker Mamani; VILCANQUI, Beker Maraza; FLORES, Wilfredo Hernán Bizarro. Yupana o ábaco inca, a 100 años (1912-2022): experiencias y posibilidades de educación matemática en América Latina. **Comuni@cción**, [S. l.], v. 14, n. 1, p. 86-102, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.33595/2226-1478.14.1.804>. Acesso em: 10 out. 2010.

VILLELA, Khristaan D.; MILLER, Mary. (Eds.). **The Aztec Calendar Stone**. Los Angeles: Getty Publications, 2010.

WAGNER, Guilherme. Por uma educação matemática anticolonial. **Rebela**, [S. l.], v. 13 n. 3, p. 554-575, set./dez. 2023. Disponível em: <https://ojs.sites.ufsc.br/index.php/rebela/article/view/6398>. Acesso em: 18 dez. 2024.

WILLIAMS, Barbara J.; HARVEY, H. R. The Codices of the Aztecs: a study of the cadastral registers. **American Antiquity**, v. 53, n. 2, p. 341-356, 1988. Disponível em: <https://doi.org/10.2307/281023>. Acesso em: 02 nov. 2024.

#### Informações do artigo

Recebido: 06 de janeiro de 2025.

Aceito: 08 de junho de 2025.

Publicado: 27 de julho de 2025.

#### Como citar esse artigo (ABNT)

MELO, Carlos Ian Bezerra de; ARAÚJO, Juliana Campos Lima; ARAÚJO, Ana Beatriz de. Matemáticas incas, maias e astecas: fragmentos de uma síntese histórica. **Revista Prática Docente**, Confresa/MT, v. 10, e25013, 2025. <https://doi.org/10.23926/RPD.2025.v10.e25013.id1096>.

#### Como citar esse artigo (APA)

Melo, C. I. B. de., Araújo, J. C. L., & Araujo, A. B. de. (2025). Matemáticas incas, maias e astecas: fragmentos de uma síntese histórica. *Revista Prática Docente*, 10, e25013. <https://doi.org/10.23926/RPD.2025.v10.e25013.id1096>.

#### Editor da Seção

Walber Christiano Lima da Costa 

Editor Chefe

Thiago Beirigo Lopes 