



RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO NO ENSINO MÉDIO POR MEIO DE OBJETO DE APRENDIZAGEM

COMBINATORIAL REASONING IN HIGH SCHOOL THROUGH A LEARNING OBJECT

RAZONAMIENTO COMBINATORIO EN LA ESCUELA SECUNDARIA A TRAVÉS DE OBJETOS DE APRENDIZAJE

Carla Patrícia Souza Rodrigues Pinheiro



Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática (IFCE)
Professora de Matemática do Estado do Ceará
carla.patricia62@aluno.ifce.edu.br

Juscileide Braga de Castro



Doutora em Educação (UFC)
Professora adjunta da Universidade Federal do Ceará (UFC)
Professora no Programa Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (IFCE)
juscileide@virtual.ufc.br

Francisco Régis Vieira Alves



Doutor em Ensino da Matemática (UFC)
Professor Titular do Instituto Federal do Ceará (IFCE)
Professor do Doutorado em Associação em Rede de Pós-Graduação em Ensino (RENOEN), do Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Matemática e do Mestrado Profissional em Educação Profissional Tecnológica (PROEPT/IFCE)
fregis@ifce.edu.br

Resumo

Os resultados de avaliações externas têm indicado baixos desempenhos em Matemática, principalmente no Ensino Médio. Dentre estas dificuldades têm-se os problemas de contagem que requisitam o raciocínio combinatório. Este artigo tem como objetivo analisar o desempenho e as representações dos estudantes do 2º ano do Ensino Médio, a partir de um desafio proposto com o uso do objeto de aprendizagem Desafio dos botões. A pesquisa foi realizada com 108 estudantes de uma escola profissional do Estado do Ceará, no mês de setembro de 2021, por meio do OA e questionário. A escolha destes instrumentos levou em conta o contexto pandêmico vivenciado no período, o que requisitou o desenvolvimento de atividades no contexto do Ensino Remoto Emergencial. Dentre os resultados tem-se que apenas 8,33% dos estudantes não conseguiram relacionar o OA com o assunto de Análise Combinatória. Dentre as representações mais utilizadas, destaca-se a língua materna, com 51,85% das representações.

Palavras-chave: Raciocínio Combinatório. Objeto de Aprendizagem. Estratégias. Representações. Ensino Remoto Emergencial.

Recebido em: 13 de dezembro de 2021.

Aprovado em: 24 de março de 2022.

Como citar esse artigo (ABNT):

PINHEIRO, Carla Patrícia Souza Rodrigues; CASTRO, Juscileide Braga de; ALVES, Francisco Régis Vieira. Raciocínio combinatório no Ensino Médio por meio de objeto de aprendizagem. **Revista Prática Docente**, v. 7, n. 1, e028, 2022. <http://doi.org/10.23926/RPD.2022.v7.n1.e028.id1381>



Abstract

The results of external evaluations have indicated low performances in Mathematics, especially in High School. Among these difficulties are the counting problems that require combinatorial reasoning. This article aims to analyze the performance and representations of 2nd year high school students, based on a challenge proposed using the Learning Object Challenge of the buttons. The research was carried out with 108 students from a professional school in the State of Ceará, in September 2021, through the LO and questionnaire. The choice of these instruments took into account the pandemic context experienced in the period, which required the development of activities in the context of Emergency Remote Teaching. Among the results, only 8.33% of the students were unable to relate the LO to the subject of Combinatorial Analysis. Among the most used representations, the mother tongue stands out, with 51.85% of representations.

Keywords: Combinatorial Reasoning. Learning Object. Strategies. Representations. Emergency Remote Teaching.

Resumen

Los resultados de las evaluaciones externas han indicado bajos rendimientos en Matemáticas, especialmente en Secundaria. Entre estas dificultades se encuentran los problemas de conteo que requieren razonamiento combinatorio. Este artículo tiene como objetivo analizar el desempeño y las representaciones de estudiantes de segundo año de secundaria, a partir de un desafío propuesto utilizando el Desafío Objeto de Aprendizaje de los botones. La investigación fue realizada con 108 alumnos de una escuela profesional del Estado de Ceará, en septiembre de 2021, a través de OA y cuestionario. La elección de estos instrumentos tuvo en cuenta el contexto de pandemia vivido en el período, que requirió el desarrollo de actividades en el contexto de la Enseñanza Remota de Emergencia. Entre los resultados, solo el 8,33% de los estudiantes no supo relacionar el OA con la asignatura de Análisis Combinatorio. Entre las representaciones más utilizadas destaca la lengua materna, con el 51,85% de las representaciones.

Palabras clave: Combinatorial Reasoning. Learning Object. Strategies. Representations. Emergency Remote Teaching.



1 INTRODUÇÃO

A Matemática é essencial na formação integral dos estudantes, ou seja, nos conhecimentos profissionais e intelectuais, pois ajuda na construção do aprendizado, ampliando o desenvolvimento criativo e o raciocínio, que são indispensáveis para resolver situações do cotidiano (SOUZA; CASTRO; BARRETO, 2020). Segundo Castro (2016), a forma que a Matemática é ensinada, utilizando fórmulas e regras que são preestabelecidas para solução de situações-problemas descontextualizadas repetidamente, não ajuda no processo de ensino e de aprendizagem. Essas práticas reforçam uma situação, em que os estudantes encontrem dificuldades na compreensão dos assuntos abordados nessa disciplina, trazendo incertezas sobre quais operações devem aplicar para solucionar um problema proposto (CASTRO, 2016; GITIRANA *et al.*, 2014).

Essas dificuldades em escolher as operações, para resolver um determinado problema, são percebidas diretamente no ambiente escolar e nas avaliações externas de larga escala (SOUZA; CASTRO; BARRETO, 2020). Dados coletados a partir do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) indicam que apenas 2,04% dos estudantes do 3º do Ensino Médio alcançaram com êxito os níveis mais altos em Matemática (BRASIL, 2019).

Vale ressaltar que o esperado é que o estudante do 3º ano do Ensino Médio esteja no nível adequado, isto é, obtenha pontuação 325-350 (nível 5), contudo, somente 10,40% dos sujeitos avaliados obtiveram o nível almejado. Ao verificar o tipo de dificuldade em resolver uma situação-problema que envolve seu cotidiano, percebe-se que dentre os estudantes na etapa final do Ensino Médio, apenas 36,1% desses estudantes conseguem obter o nível 4 (entre 300 e 324 pontos), nesse nível é avaliado a habilidade de solucionar questões de contagem usando o princípio multiplicativo (BRASIL, 2019).

Apesar das dificuldades presentes em situações de contagem, (GITIRANA *et al.*, 2014), esse tipo de problema está previsto no currículo de Matemática desde os anos iniciais do Ensino Fundamental (SOUZA; CASTRO; BARRETO, 2020). Conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), espera-se que até final do Ensino Médio, os estudantes sejam capazes de resolver e “elaborar problemas de contagem envolvendo diferentes tipos de agrupamentos de elementos, por meio do princípio multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas com o diagrama da árvore” (BRASIL, 2018, p. 529).

A partir dessas informações apresentadas, volta-se o olhar ao processo de ensino e de aprendizagem de Matemática, especialmente para os estudantes do Ensino Médio, por ser a



etapa de conclusão da Educação Básica, percebe-se que é importante trabalhar o raciocínio combinatório.

Diversas pesquisas investigaram as estratégias, as dificuldades e o desenvolvimento dos alunos quando resolvem problemas de Análise Combinatória (SOUZA; CASTRO; BARRETO, 2020; BARRETO; BORBA, 2011; PESSOA; BORBA, 2009).

O raciocínio combinatório, segundo Borba (2010), é um tipo de pensamento que envolve contagem, baseando-se no princípio multiplicativo, agrupando seus elementos a partir de um determinado conjunto, seja utilizando uma estratégia, ou seja, atendendo um critério específico.

As pesquisas de Martins e Basso (2018) e Santos-Filho (2010) apresentam evidências de que o raciocínio combinatório pode ser desenvolvido a partir de Recursos Educacionais Digitais, tais como Objetos de Aprendizagem. Considerando esse contexto, como um Objeto de Aprendizagem pode ajudar no desenvolvimento raciocínio combinatório para o estudo da Análise Combinatória?

Para responder tal questionamento, tendo com fundamentação teórica a Teoria dos Campos Conceituais, em destaque o campo multiplicativo, que abrange o raciocínio combinatório, este artigo tem como objetivo analisar o desempenho e as representações de estudantes do 2º ano do Ensino Médio, a partir de um desafio proposto com o uso de Objetos de Aprendizagem para desenvolvimento do raciocínio combinatório. O estudo das situações multiplicativas é essencial para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes, bem como para aperfeiçoar o raciocínio combinatório.

Em seguida, mostra-se uma discussão sobre a fundamentação teórica da Teoria dos Campos Conceituais, por meio de um levantamento bibliográfico, bem como pesquisas relacionadas ao raciocínio combinatório. Por conseguinte, os procedimentos metodológicos foram desenvolvidos por meio da pesquisa qualitativa, do tipo exploratória na investigação serão mostrados, seguindo da análise dos resultados que foi dividida em três subseções: resolução dos estudantes, classificação e tipo de estratégia utilizada. Por fim, as considerações finais.

2 ESTUDO SOBRE A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS COM O FOCO NO CAMPO MULTIPLICATIVO

O vanguardista da Teoria dos Campos Conceituais (TCC) foi o psicólogo francês Gérard Vergnaud. Essa teoria é amparada nos conceitos estudados por Piaget, assim, o pesquisador faz



referências a esses conhecimentos sempre que possível. Dessa maneira, a TCC ajuda na compreensão de como os sujeitos constroem os conhecimentos matemáticos e, por consequência, de como eles aprendem.

Para o pesquisador, todo conhecimento matemático, está contido em um campo conceitual, no qual é composto por diversas situações de diferentes tipos. Neste sentido, “Campo conceitual é, para ele, um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente entrelaçados durante o processo de aquisição” (MOREIRA, 2002, p. 8). Segundo Vergnaud (2009), o saber é constituído a partir de diferentes problemas, que aparecem ao longo da construção do conhecimento. Esses obstáculos são definidos como situações.

Segundo Barros e Boaventura (2019), o campo conceitual é definido como um estudo para compreender as dificuldades encontradas no cotidiano. Os autores ressaltam que esses obstáculos aparecem durante o percurso dos campos, não podem e nem devem ser ignorados.

Vergnaud (2009) explica que os conceitos estão interligados, formando o que ele intitulou de Campos Conceituais, esses são formados por uma tríade, ou seja, um conjunto de situações as quais precisam de vários conceitos, procedimentos e representações, ou seja, $C = (S, I, R)$. Moreira (2002) detalha os elementos desta tríade:

[...] S é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito; I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) sobre os quais repousa a operacionalidade do conceito, ou o conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito, ou o conjunto de invariantes que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações do primeiro conjunto; R é um conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas (MOREIRA, 2002, p. 10)

Essa definição de situação, realizada por Vergnaud (1983; 2009), é uma atividade complexa, que pode ser analisada como uma combinação de tarefas, sendo necessária conhecer suas naturezas e dificuldades. A partir dessas tarefas vivenciadas pelo sujeito, vão se estruturando e se modelando as concepções. Assim, para resolver uma situação, o estudante precisa organizar as ações, permitindo realizar com êxito o que lhe foi proposto.

Em relação às situações que envolvem os conceitos matemáticos, Magina *et al.* (2001) explicam que estão ligados e compostos por uma diversidade de situações em que vão sendo ampliadas progressivamente, isso faz com que não tenha sentido estudá-los separadamente. Logo, essa teoria pretende compreender como “se desenvolve o processo de aprendizagem e a



aquisição das competências durante o processo de formalização dos conceitos” (SOUZA; CASTRO; BARRETO, 2020, p. 399).

Os Campos Conceituais da aritmética, delimitados por Vergnaud (2009), se dividem em dois: estruturas aditivas e estruturas multiplicativas. O campo aditivo refere-se a situações que abrange a adição e a subtração ou ambas, desenvolvendo a ideia de unir, de separar, de equiparar, de transformar, formada por relações ternárias (VERGNAUD, 2009).

Já no campo multiplicativo, aborda-se situações que envolvem operações de multiplicação e de divisão ou de ambas. Ressalta-se que, nesse campo, as situações são desenvolvidas por meio da ideia de multiplicação, divisão, fração, combinação entre outras. Em relação ao invariante operatório, nessas situações existe uma relação entre duas grandezas, podendo ocorrer relações ternárias e quaternárias.

Analisando as situações multiplicativas, realiza-se uma sistematização das estruturas e das características específicas, classificando-as em: produtos de medidas, isomorfismo e proporção múltiplas (VERGNAUD, 2009). Existem outras pesquisas que fazem uma releitura das classificações apresentadas por Vergnaud (2009), como a de Magina, Santos e Merlini (2014).

Para organizar as situações multiplicativas apresentadas pelos pesquisadores, é criado um resumo das ideias centrais desse campo. Esse está dividido em duas partes: relações quaternárias e relações ternárias.

As relações quaternárias são organizadas por três eixos: proporção simples, duplas e múltiplas. Para cada proporção, são divididas em duas classes: uma para muitos e muitos para muitos, no qual cada uma contém problemas da forma contínua ou discreta (CASTRO, 2016).

Já as relações ternárias estão divididas em: comparação multiplicativa e produtos de medidas, que também se fragmenta em duas classes. Na comparação multiplicativa, as classes são: relação desconhecidas e referente, sabendo que cada uma delas contém problemas do tipo contínuo e discreto.

No produto de medidas, as classes são configurações retangulares e combinatórias. A configuração retangular apresenta situações do tipo contínuas. Na combinatória é explorada situações envolvendo somente quantidades discretas. É importante destacar que esse estudo não tem a intenção de examinar todas as situações relativas às estruturas multiplicativas, pois tem como objetivo a discussão das estratégias lançadas pelos estudantes do 2º ano do Ensino Médio,



no âmbito das relações ternárias, exclusivamente, situações que envolvem a classe de combinatória (GITIRANA et al. 2014).

De acordo com Souza, Castro e Barreto (2020, p. 401), “o conceito de combinação possui relações ternárias e fazem parte do eixo de produtos de medidas”. Observa-se que algumas situações, utilizados para estimular o raciocínio combinatório, são resolvidos por meio do diagrama da árvore, testando as possibilidades, seguindo a contagem (REGES; SILVA, 2013).

Um exemplo clássico para esse tipo de problema é o que envolve a combinação de peças de vestuário como: blusas, calças e sandálias, na qual a resolução esperada é a operação de multiplicação, conforme o exemplo 1.

Exemplo 1: Cláudia possui oito blusas, cinco calças e três pares de sandálias. De quantas maneiras diferentes ela pode vestir-se utilizando cada uma dessa vestimenta?

Observando o exemplo 1, tem-se a quantidade de blusas, calças e sandálias. Para resolver é preciso definir a quantidade de combinações possíveis. Dessa forma, utiliza-se a multiplicação $8 \times 5 \times 3 = 120$ possíveis combinações. No exemplo 2, aborda-se uma situação de combinação em que se espera que a resolução seja por meio da divisão.

Exemplo 2: Uma fábrica produziu um total de 12 motocicletas, com dois tipos de motores: 50cc e 125cc e cores diversas. Sabendo que o total de motocicletas é o resultado da combinação dos tipos de motores e as cores de motocicletas, quantas são as cores nas quais a motocicleta é produzida?

Para resolução do exemplo 2, observa-se nos dados, o total de motocicletas produzidas, ou seja, o número total de elementos a partir das combinações possíveis, procurando a quantidade de cores, isto, é o conjunto que ainda deve-se combinar. Logo, é necessária a utilização da operação de divisão entre os dois conjuntos: total de motocicletas produzidas e os tipos de motores, assim, $12:2=6$ tipos de cores.

As situações de análise combinatória são consideradas difíceis para os estudantes do Ensino Médio, principalmente aquelas que envolvem o raciocínio combinatório. Pesquisas (PESSOA; BORBA, 2009; BORBA, 2010; HANDAYA, 2017; LIMA; FREITAS, 2014) indicam as dificuldades ou erros encontrados nas situações propostas.

Pessoa e Borba (2009) realizaram uma pesquisa de abordagem qualitativa e quantitativa que envolveu uma ficha com oito problemas de combinatória, como um teste, com 568 estudantes do 2º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio, de duas escolas: sendo



uma pública e outra particular. Cada estudante resolveu duas situações para cada tipo de problema que envolvesse: produto cartesiano, permutação, arranjo e combinação. Assim, verificou-se diversas estratégias tais como: adição, subtração, divisão, desenho, listagem de possibilidades, multiplicação entre outros. A análise de dados foi representada pelas estratégias de resolução dos alunos, o percentual de acertos, fazendo um comparativo entre as escolas com suas respectivas séries.

A pesquisadora destaca que o Princípio Fundamental da Contagem foi a estratégias mais utilizada para resolver essas situações (LIMA; FREITAS, 2017). Observa-se que as situações que envolveram a combinação, são as que tiveram menor desempenho por parte dos estudantes. Os resultados são da escola particular e pública no Ensino Médio respectivamente: 1º ano - de 7,4% e 4,7%, 2º ano- 4% e 13,8%, 3º ano- 27,2% e 13,1%. Logo, percebe-se que é importante trabalhar o raciocínio combinatório no Ensino Médio.

Pinto (2015) realizou um estudo experimental com 20 estudantes do 3º ano do Ensino Médio em uma escola pública, esses alunos foram escolhidos de forma aleatória, divididos em dois grupos denominados de experimental e controle. O grupo experimental (GE) utilizou um Objeto de Aprendizagem (OA) para auxiliar o processo de aprendizagem dos estudantes. Já no grupo de controle (GC), as aulas ocorreram de forma tradicional, usando a resolução de problemas por meio de fórmulas.

A coleta de dados ocorreu a partir de um questionário socioeconômico e um teste de múltipla escolha com oito questões, abordando os assuntos: arranjo, permutação e combinação. Analisando desempenho dos estudantes na resolução do texto, conclui-se que o GC obteve 33% de acerto, enquanto o GE teve um resultado de 59%. Logo, os resultados mostram que o grupo experimental teve um melhor rendimento em comparação ao grupo de controle (PINTO, 2015).

Percebe-se que existem várias pesquisas que utilizam percepções diferentes durante o processo de ensino e de aprendizagem, demonstrando a análise de estratégias em níveis de raciocínio diferentes. “Conhecer estes níveis diferenciados de raciocínios deve possibilitar que o professor que ensina matemática faça intervenções mais adequadas para a realidade de sala de aula” (SOUZA; CASTRO; BARRETO, 2020, p. 403).

Após a abordagem dos aspectos teóricos que norteiam esse estudo, na próxima seção apresenta-se a definição OA, bem como pesquisas que relatam sua aplicabilidade.



3 OBJETOS DE APRENDIZAGEM

Objetos de Aprendizagem podem ser definidos como “qualquer recurso digital que pode ser reusado para assistir a aprendizagem” Wiley (2000, p. 7). Segundo o autor, pode-se utilizar os OA como ferramentas para facilitar a compreensão do estudante, de modo a contribuir tanto para o processo de ensino, quanto de aprendizagem do assunto apresentado. Para Martins e Basso (2018, p. 3), OA “são um tipo de recurso disponível na web. Suas características o fazem uma alternativa interessante para a sala de aula”.

Contudo, devido as divergências teóricas quanto a classificação dos OA, como o fato de serem digitais ou não, é possível ver diferentes nomenclaturas, como Objeto de Aprendizagem Digital (OAD). Neste trabalho será utilizado a nomenclatura de OA, baseando-se em Wiley (2000); Martins e Basso (2018) e Azevedo, Silva e Alves (2020).

No ponto de vista de David Wiley (2000) e Martins e Basso (2018), os OA têm a finalidade de dar suporte ao ensino, mas acabam por colocar em sua definição, uma combinação entre os OA e diversos recursos voltados para o processo de ensino e de aprendizagem.

Os OA são “recursos didáticos criados através da necessidade de uma nova estratégia de ensino e de aprendizagem para um conteúdo específico, tendo como apoio a tecnologia digital para facilitar a compreensão do assunto estudado” (AZEVEDO; SILVA; ALVES, 2020, p. 6).

Desse modo, os OA devem ter um objetivo claro em seu uso, subsidiados por uma metodologia bem estruturada e definida, para que proporcione aos estudantes elementos que os façam refletir sobre o assunto estudado. Mathias *et al.* (2007, p. 2) ressalta a importância do OA em sala de aula, uma vez que:

Os Objetos de Aprendizagem têm se mostrado uma alternativa pedagógica eficaz no ensino de conteúdos de disciplinas da Educação Básica. Essas atividades, no momento em que são realizadas em sala de aula, ou fora dela, fazem com que o aluno se questione e busque respostas às suas dúvidas, descobrindo um caminho diferente do que está acostumado e obtendo acesso às respostas a partir das indagações por ele levantada.

Diversas pesquisas (CASTRO-FILHO; FREIRE; CASTRO, 2017; PINTO, 2015; BALBINO, 2016) mostram contribuições de OA para compreensão de conceitos matemáticos. Tais pesquisas mostram que o uso do OA permite a relação entre várias representações de conceitos, aumentando a compreensão dos estudantes (CASTRO, 2016).

Segundo Kalink e Motta (2019), existe uma indicação que os OA agregam oportunidades inovadoras ao ensino da Matemática, e a sua utilização pode mudar a dinâmica



das aulas, fazendo o uso de simulações, interações e explorações com atividades. Morais, Basso e Lima (2009) afirmam no artigo com o título “O Campo Multiplicativo a partir da Fórmula (-1): desenvolvendo objetos digitais de aprendizagem e estratégias para a aprendizagem das operações com números positivos e negativos”, que o OA Fórmula (-1) pode ser uma possibilidade de incentivar a aprendizagem, em problemas que envolvem operações com números negativos, e, com isso, promover o desenvolvimento do raciocínio aditivo e multiplicativo por meio de novos entendimentos para as operações com números positivos e negativos.

Santos-Filho (2010) mostra em sua pesquisa “Jogo eletrônico educacional como um objeto de aprendizagem visando a aprendizagem significativa: uma experiência com a análise combinatória”, como uma ferramenta que potencializa a forma de ensinar. Foi aplicada com 19 estudantes de forma aleatória do 2º ano do Ensino Médio, com uma metodologia experimental.

No início do experimento, os estudantes receberam orientações sobre as regras do jogo e seu funcionamento, posteriormente aplicando os seus conhecimentos de análise combinatória. A maior parte dos estudantes conseguiram demonstrar compreensão nas questões qualitativa e conceituais apresentadas, configurando o OA como organizador prévio (SANTOS-FILHO, 2010).

Dessa forma, observa-se que os OA auxiliam nas práticas pedagógicas, podendo fazer um elo com a Matemática para a construção do conhecimento. Após a abordagem sobre OA que norteia esse estudo, na próxima seção apresenta-se os procedimentos metodológicos aplicados.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DA INVESTIGAÇÃO

Este estudo adotou a pesquisa qualitativa, a fim de compreender e interpretar os fenômenos investigados, sendo do tipo exploratória, pois “[...] têm como principal finalidade desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, tendo em vista a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores” (GIL, 2008, p. 46). O objetivo dessa pesquisa é analisar as estratégias resolução de um desafio proposto por um OA com os estudantes do Ensino Médio.

Essa pesquisa ocorreu em quatro turmas de 2º ano do Ensino Médio, totalizando 108 estudantes de uma escola profissional do Ensino Médio no Estado do Ceará, no mês de setembro de 2021, orientado pela professora de Matemática da turma. O questionário pode ser definido “como uma técnica de investigação composta por um conjunto de questões que são submetidas



a pessoas com o propósito de obter informações sobre conhecimentos[...]” (GIL, 2008, p. 121). Portanto, é construído e aplicado um questionário após aplicação do desafio proposto pelo OA, conforme o Quadro 1.

Quadro 1 - Situações posteriores ao uso do OA

1. A Atividade proposta pode ser relacionada com qual assunto de Matemática?
2. Como você classificaria o nível desse desafio?
3. De acordo as informações para realizar o Desafio de Botões, explique sua solução.
4. Escreva em poucas palavras, o que você achou dessa atividade.

Fonte: Elaborado pelos autores (2021).

Os sujeitos participantes desse estudo foram selecionados pela participação ativa durante as aulas e que conseguiram realizar o desafio proposto. Dessa forma, a professora teve uma ideia de introduzir o assunto de Análise Combinatória por meio de um OA, para estimular o raciocínio combinatório antes do assunto ser efetivamente abordado.

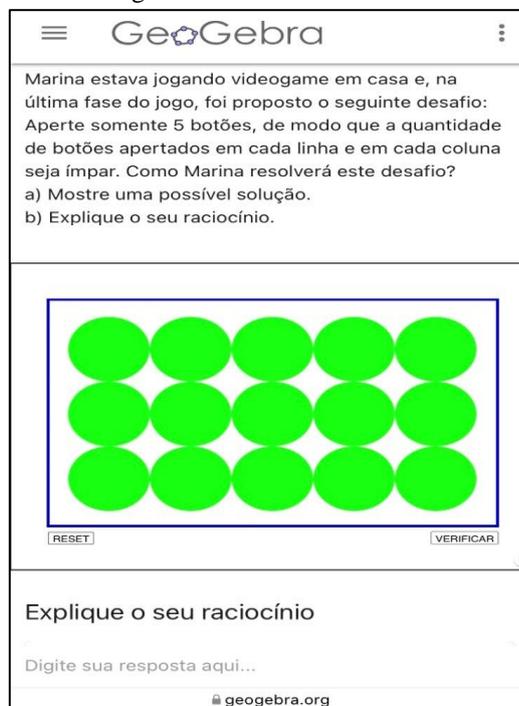
O desenvolvimento desse estudo foi norteado pelos seguintes questionamentos: Como estimular o raciocínio combinatório nos estudantes de forma mais interativa e que proporcione aprendizagem? O que fazer para que os estudantes reconheçam o assunto de contagem em uma situação problema?

Com a pandemia causada pelo novo Corona vírus (COVID-19), ocorreu um grande impacto na rotina das pessoas. Todo o mundo adotou medidas visando o distanciamento social, como tais como: adaptação da oferta de serviços essenciais, a realização do *home office* por profissionais de diferentes áreas, como a suspensão de atividades presenciais não essenciais, inclusive das aulas em ambiente escolar. Segundo Azevedo, Silva e Alves (2020), essas restrições produziram diversos ajustes para a implementação do Ensino Remoto em caráter emergencial, tendo os recursos tecnológicos exercido papel fundamental para que as atividades escolares ocorressem com o menor prejuízo possível. A partir desses questionamentos e informações, observou-se que durante o ensino remoto os estudantes passaram a utilizar mais as tecnologias.

Dessa forma, surgiu a proposta de utilizar o OA, que está contido na plataforma GeoGebra, sendo gratuito e de fácil acesso, o estudante tem essa ferramenta com versões para computadores e celulares, ampliando as possibilidades de manuseio, desde que tenha acesso à

internet. O OA utilizado nesse estudo foi o Desafio dos Botões¹, conforme a apresentação que segue na Figura 1.

Figura 1 - Desafio dos Botões



Fonte: Souto (2020).

A pesquisa ocorreu por meio de dois encontros virtuais utilizando a plataforma *Google Meet*, com duração de 50 minutos. No início de cada aula, a professora definiu o contrato didático com os estudantes. De acordo com Almouloud (2007, p. 89), o contrato didático pode ser definido como sendo: “[...] as relações que se estabelecem (explícita e implicitamente) entre o professor e os seus alunos, e sua influência sobre o processo de ensino e de aprendizagem da matemática”.

No primeiro encontro virtual, apresentou-se o OA a partir da plataforma GeoGebra, no qual foi exposta a situação-problema por meio de uma atividade interativa. Assim, os estudantes tentaram realizar o desafio proposto, com a explicação do raciocínio utilizado para a sua solução.

No segundo encontro, os estudantes mostraram as suas soluções e responderam a um questionário, através da ferramenta *Google forms*, com quatro questões, a fim de verificar a opinião dos estudantes após a aplicação do OA. Os dados coletados foram analisados por meio

¹ Está disponível no endereço: <https://www.geogebra.org/m/snch97vf>. É baseada em um quebra-cabeça de Matemática que traz um desafio adaptado *safe cracking*, do livro: *A Mathematical Jamboree*, 1995, de Brian Bolt.



de gráficos gerados pela ferramenta *Google forms* e através das respostas dos questionários aplicados aos 108 estudantes.

A ferramenta *Google forms*, além de disponibilizar o questionário, também tabula e organiza os dados coletados, com o intuito de deixar mais clara as informações para a análise e a interpretação dos dados obtidos. Na seção seguinte, mostra-se a discussão dos resultados.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A pesquisa trouxe os resultados divididos em três subseções. Na primeira, será apresentado a visão dos estudantes, na associação do assunto abordado no desafio proposto pelo OA. A segunda subseção trará a classificação das estratégias utilizadas para resolução do OA. Por fim, na terceira subseção apresenta-se e discute-se os tipos de estratégias e de representações que foram abordadas pelos estudantes na manipulação do OA.

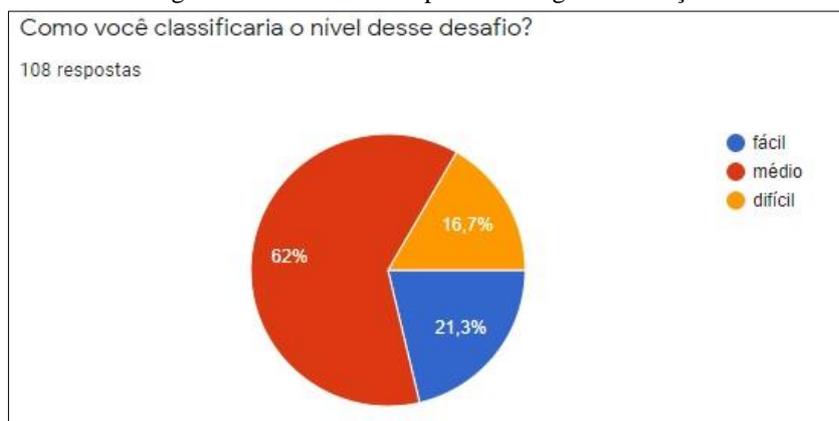
5.1. DESEMPENHO DOS ESTUDANTES EM SITUAÇÕES COM RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO

Ao analisar o questionário aplicado com 108 estudantes, contemplam-se as situações 1 e 2 (Quadro 1). A situação 1 tem como enunciado: A Atividade proposta pode ser relacionada com qual assunto de Matemática?

Analisando os resultados, observa-se que os estudantes tinham oito opções de escolhas para relacionar o OA com: matriz, determinantes, sistemas lineares, Princípio Fundamental da Contagem (PFC), arranjo, permutação simples, permutação com repetição e combinação. Dos 108 alunos que responderam esse questionamento, somente nove estudantes não conseguiram relacionar o OA com o assunto de Análise Combinatória.

Já a situação 2 tem como enunciado: Como você classificaria o nível desse desafio? Nesse momento observa-se o grau de dificuldade do OA, na visão dos estudantes, conforme a figura 2.

Figura 2 - Gráfico das respostas da segunda situação



Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Assim, levando em consideração que todos os 108 estudantes conseguiram realizar o desafio proposto pelo OA, 21,3% acharam o desafio de nível fácil, 62% de nível médio e 16,7% nível difícil. Logo, a maioria dos estudantes não tiveram grandes dificuldades em realizar o desafio, mesmo sem ter a noção de Análise Combinatória.

Magina, Santos e Merlini (2014) afirmam que os estudantes começam o estudo efetivo do raciocínio combinatório no 4º ano do Ensino Fundamental. Depara-se com uma realidade que esses estudantes continuem a sua caminhada escolar com essas dificuldades. Considerando que os desenvolvimentos dos conhecimentos adquiridos levam tempo para a maturação e para a aprendizagem (VERGNAUD, 1998; 2009), reforça-se a importância da exploração do raciocínio combinatório, de maneira introdutória, para os estudos da Análise Combinatória no Ensino Médio.

Ademais, é preciso garantir que os estudantes tenham contato com essas situações para ampliar a construção dos seus esquemas. Portanto, não faz sentido criar práticas de ensino que envolvam somente a utilização das fórmulas, e sim abordar situações novas e instigantes. Na próxima subseção discute-se os resultados na visão das resoluções dos estudantes.

5.2. REPRESENTAÇÕES DAS RESOLUÇÕES DOS ESTUDANTES

Castro (2016) afirma que na TCC a representação é utilizada como um sistema simbólico, que são usadas para fazer a relação entre o conceito e o conjunto de situações. Dessa forma, ao resolver uma situação, o estudante pode “optar por uma operação ou uma sequência de operações para resolvê-la. Essa trajetória de estratégias utilizadas em processos de aprendizagem pode utilizar representações certas ou erradas, explícitas ou totalmente implícitas” (CASTRO, 2016, p. 39).



Segundo Souza, Castro e Barreto (2020), na resolução de situação-problema voltada para a Matemática, existem diversas formas de apresentar conceitos como: desenhos e símbolos matemáticos. Nesse estudo, classifica-se as representações a partir da análise das resoluções dos estudantes para o desafio proposto pelo OA em: representação pictórica, língua materna, sem representações (Quadro 2).

A representação pictórica envolve situações em formas de desenhos para expressar quantidade ou resolução de situação-problema proposta. Nesse caso, o estudante pode criar sua própria representação. No caso do desafio, o aluno utilizará as bolas para representar sua resposta.

Já a representação da língua materna, o estudante resolve a situação por meio da escrita no próprio desafio do OA. Por fim, catalogou-se os questionários com respostas, mas sem representações, com indicativos de raciocínio combinatório. A seguir, o Quadro 2 mostra o tipo de representação associada as respostas dos estudantes.

Quadro 2 - Tipo de representação associadas as respostas dos estudantes

Tipo de representação	Quantitativo de resposta
Pictórica	3
Língua materna	56
Sem representação	49

Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Observa-se no Quadro 2 que o tipo da representação mais utilizadas pelos estudantes foi a língua materna, com 51,85%, seguida pela opção de sem representação, com 45,37% caracterizada pelo raciocínio combinatório e 2,77% para a representação pictórica.

Acredita-se que o maior quantitativo da representação da língua materna pelos estudantes, pode estar relacionado com o fato de o OA apresentar uma opção para a inserção de possíveis explicações de como foi realizado desafio proposto. A literatura indica que a representação por língua materna não é muito comum neste tipo de situação (SOUZA; CASTRO; BARRETO, 2020).

Ressalta-se também uma quantidade considerável para as resoluções sem representações, o que pode indicar o raciocínio combinatório. Castro (2016) afirma que esse tipo de representação pode ser considerado com estratégias implícita e explícita, que é bem comum por parte dos estudantes, pois não conseguem expressar seus raciocínios na hora da resolução. Contudo, tal afirmação só seria possível confirmar por meio de entrevistas,



instrumento que não estava previsto na abordagem metodológica escolhida, devido a quantidade de sujeitos envolvidos. Na representação pictórica, teve-se uma quantidade mínima de utilização, tendo em vista que o desafio proposto já traz um desenho para resolução da proposta.

Os dados coletados mostram a importância de observar as estratégias de resolução dos estudantes e sua forma de pensar após a aplicação do OA, possibilitando o desenvolvimento cognitivo. Segundo Vergnaud (2009) e Gitirana *et al.* (2014), essas representações são necessárias para verificar os invariantes operatórios expostos pelos alunos através das resoluções nas situações propostas.

Assim, essa subseção tem um caráter quantitativo para adicionar informações na análise qualitativa que será estudada na próxima subseção, com as estratégias utilizadas pelos estudantes com as representações. Ademais, segue os tipos de estratégias encontradas e, as resoluções propostas pelos estudantes em comum do 2º ano do Ensino Médio.

5.3. ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DOS ESTUDANTES

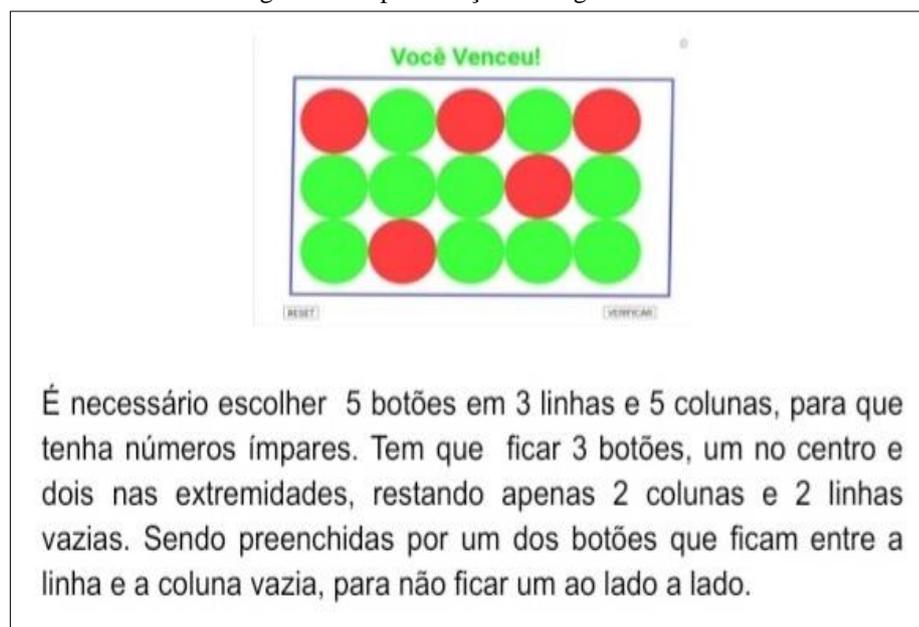
Segundo Souza, Castro e Barreto (2020), a estratégia é um caminho para ensinar e aprender Matemática, na qual ela pode expressar o nível de distinção do raciocínio. De posse dos dados foram analisadas as estratégias, a partir da resolução do questionário aplicado após o uso do OA e considerando as representações já mencionadas.

A situação 3 proposta pelo questionário foi: De acordo as informações para realizar o Desafio de Botões, explique sua solução. Percebe-se que esse questionamento é bem individual, pois o estudante tem que vencer o desafio para poder resolver essa questão. Os alunos ainda não haviam estudado a Análise Combinatória, mas verificou-se que essa atividade ajudou no desenvolvimento do raciocínio combinatório, pois existem diversas soluções e cada indivíduo pode pensar de forma diferente.

Dos 108 estudantes que participaram da pesquisa, 56 estudantes responderam a justificativa por meio da língua materna, conforme a figura 3, com a pergunta: Marina estava jogando videogame em casa e, na última fase do jogo, foi proposto o seguinte desafio:

Aperte somente 5 botões, de modo que a quantidade de botões apertados em cada linha e em cada coluna seja ímpar. Como Marina resolverá este desafio?

Figura 3 - Representação da língua materna

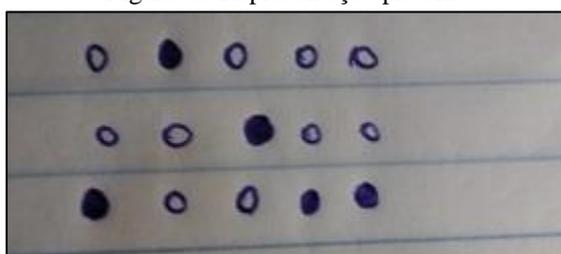


Fonte: Dados da pesquisa (2021).

A resposta apresentada na Figura 3 mostra apenas uma das possibilidades de resposta para esse desafio, o que possibilita o estímulo a autonomia do estudante ao argumentar a sua solução.

A figura 4 mostra a resolução de um estudante utilizando a representação pictórica, com caneta e papel, como forma de auxiliar na resolução dos desafios do OA.

Figura 4 - Representação pictórica



Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Nessa situação o estudante representou sua resposta por meio de um desenho, mostrando a sua estratégia para solucionar o desafio proposto, levando em consideração os números ímpares dispostos em linhas e colunas. Esta foi uma estratégia única, pois os demais alunos apenas manipularam o OA.

As duas estratégias apresentadas e discutidas evidenciam alguns dos raciocínios combinatórios nos estudantes do 2º ano do Ensino Médio. Por fim, segue as considerações desse estudo.



6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo tem como objetivo analisar o desempenho e as representações dos estudantes do 2º ano do Ensino Médio, a partir de um desafio proposto com o uso do Objetos de Aprendizagem Desafio dos Botões, para o desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Convém ressaltar que a utilização do OA foi feita como avaliação diagnóstica para iniciar o trabalho com Análise Combinatória. Considerando a pandemia da Covid, a avaliação aconteceu por meio do Ensino Remoto Emergencial, o que requisitou a utilização de tecnologias digitais, tais como o OA e o formulário do *Google Forms*.

No momento dos encontros em que o OA foi explorado, observou-se a agilidade dos estudantes em resolver o desafio, mas dificuldade em transcrever essa resposta na representação da língua materna, algo solicitado pelo OA. As pesquisas sobre representações e estratégias de situações semelhantes, indicam que as representações mais comuns são as numéricas, sendo as mais eficazes, a combinação de representações (SOUZA; CASTRO; BARRETO, 2020).

Ainda que o OA escolhido tenha sido adequado para o objetivo metodológico definido, destaca-se que esta atividade, em um contexto presencial, poderia ter sido realizada com o auxílio de lápis e papel. Acredita-se que o resultado do desempenho teria sido o mesmo, contudo, as representações poderiam se dar de forma diferente, pois há indícios de que o OA tenha incentivado o uso da representação da língua materna.

A Teoria dos Campos Conceituais ressalta a importância das situações, representações e invariantes para a formação de conceitos (VERGNAUD, 2009). Por isso, utilizar diferentes representações, assim como analisar as diferentes representações utilizadas pelos estudantes são importantes para compreender o raciocínio dos estudantes, possibilitando que o professor verifique o conhecimento dos estudantes.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. São Paulo: UFPR, 2007.

AZEVEDO, Italândia Ferreira de; SILVA, Monaliza de Azevedo.; ALVES, Francisco Régis Vieira. Objetos de Aprendizagem que abordam o raciocínio algébrico nos anos iniciais: uma proposta para o ensino de sequências e padrões. **Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico**, v. 6, Edição Especial Desafios e Avanços Educacionais em Tempos da COVID-19, e149020, 2020.

BARROS, Renata Arruda; BOAVENTURA, Taíssa da Silva Lima. Desenvolvimento dos Campos Conceituais Aditivo e Multiplicativo no Ensino dos Números Negativos: Uma



Análise Crítica de Livros Didáticos. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 12, n. 28, p. 113-131, 11 dez. 2019.

BARRETO, Fernanda; BORBA, Rute. Intervenções de combinatória na educação de jovens e adultos. Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife, 2011.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. p. 528, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 24 set. 2021.

BRASIL. **Relatório SAEB**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisa Educacionais Anísio Teixeira, 2019.

BORBA, Rute. O raciocínio combinatório na educação básica. **Encontro Nacional de Educação Matemática**, v. 10, p. 1-16, 2010.

CASTRO, Juscileide Braga de. **Construção do conceito de covariação por estudantes do Ensino Fundamental em ambientes de múltiplas representações com suporte das tecnologias digitais**. 2016. 275f. - Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Ceará, Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Fortaleza (CE), 2016. Disponível em: <http://repositorio.ufc.br/handle/riufc/15908>. Acesso em: 02 set. 2021.

CASTRO-FILHO, José Aires de; FREIRE, Raquel Santiago; CASTRO, Juscileide Braga de. Tecnologia e Aprendizagem de Conceitos Matemáticos. **JORNAL INTERNACIONAL DE ESTUDOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, v. 10, n. 2, pp. 93-98, 2017. Disponível em: <https://seer.pgsskroton.com/index.php/jieem/article/view/5508>

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GITIRANA, Verônica, *et al.* **Repensando multiplicação e divisão: contribuições da Teoria dos campos conceituais**. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2014.

HANDAYA, Armando. Uma reflexão sobre a dificuldade de aprendizagem de análise combinatória. **Sinergia**, São Paulo, v. 18, n. 1, p. 13-17, jan./jun. 2017.

KALINKE, Marco Aurélio.; MOTTA, Marcelo Souza. À guisa de apresentações, definições e contextualizações. In: KALINE, M. A.; MOTTA, M. S. (Orgs). **Objetos de Aprendizagem: pesquisas e possibilidades na educação matemática**. Campo Grande: Life Editora, p.7-21, 2019.

LIMA, Renan Gustavo Araújo de; FREITAS, José Luiz Magalhães de. Um estudo inicial de estratégias e dificuldades apresentadas pelos alunos, diante de problemas de combinatória. In: SEMINÁRIO SUL-MATO-GROSSENSE DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2014, Campo Grande. **Anais...** Campo Grande: UFMS, 2014. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/sesemat/article/view/3079>. Acesso em: 04.set. 2021.

MAGINA, Sandra. *et al.* **Repensando adição e subtração: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais**. São Paulo: PROEM, 2001.



MAGINA, Sandra Maria Pinto; SANTOS, Aparecido dos.; MERLINE, Vera Lúcia. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 20, n. 2, p. 517-533, 2014.

MARTINS, Elisa Friedrich; BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo. Conceitos de objetos digitais de aprendizagem para análise combinatória nos anos iniciais. **RENOTE: Revista Novas Tecnologias na Educação**, Rio Grande do Sul, v. 16, n. 01, p. 1-10, agosto, 2018.

MATHIAS, Carmen Vieira; MAQUES, Clandio Timm; JANETTE, Daiana Siqueira; SANTOS, Mariano Godois, Larissa Rosa dos; APPEL, Marta Lia Genro; CAVALLIN, Rosane Mesquita; FAGAN, Solange Binotto. Desenvolvimento de objetos de aprendizagem nas áreas de língua portuguesa e matemática. **RENOTE: Revista Novas Tecnologias na Educação**, Rio Grande do Sul, v. 05, n. 01, p. 1-10, jul,2007.

MORAIS, Aneur Daian de; BASSO, Marcus Vinicius de Azevedo; LIMA, Cristiano Lopes. O Campo Multiplicativo a partir do Fórmula (-1): desenvolvendo objetos digitais de aprendizagem e estratégias para a aprendizagem das operações com números positivos e negativos. **RENOTE: Revista Novas Tecnologias na Educação**, Rio Grande do Sul, v. 07, n. 01, p. 1-10, jul. 2009.

MOREIRA, Marco Antônio. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências (UFRGS)**, Porto Alegre, v. 7, n.1, 2002.

PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1a a 4a série. **Zetetike (UNICAMP)**, v. 17, p. 105-150, 2009. <https://doi.org/10.20396/zet.v17i31.8646726>.

PINTO, Evanilson Brandão. **Combinatória no ensino médio: concentrando o ensino de objeto de aprendizagem** (Dissertação de Mestrado) Universidade Federal do Ceará, 2015. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/13087>. Acesso em: 31 ago. 2021.

REGES, Maria Auricélia Gadelha; SILVA, Daniela Glícea Oliveira da. A contribuição da Teoria dos Campos Conceituais na resolução de problemas aditivos e multiplicativos. In: LIMA, I. P. de *et al.* (Org.). **A formação de professores de matemática sob diferentes perspectivas teóricas**. 1ed.Terezina: EDUFPI, 2013, v. 1, p. 31-58.

SANTOS-FILHO, José Walter. **Jogo eletrônico educacional como um objeto de aprendizagem visando a aprendizagem significativa: uma experiência com análise combinatória**, 2010. 131 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2010. Disponível em: <https://ri.ufs.br/handle/riufs/4708>. Acesso em: 04.set. 2021.

SOUZA, Danilo do Carmo de; CASTRO, Juscileide Braga de; BARRETO, Antônio Luiz de Oliveira. Desempenho, representações e estratégias de estudantes do 5º ano do ensino fundamental, na resolução de situações de combinatória. **VIDYA**, v. 40, n. 2, p. 397-416, jul./dez., 2020 - Santa Maria, 2020. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/3367>. Acesso em: 04.set. 2021.



SOUTO, Brendow. **Comunidade virtual GeoGebra**. 2020. Disponível em: <https://www.geogebra.org/m/snch97vf>. Acesso em: 04.set. 2021.

VERGNAUD, Gérard. Multiplicative structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York: Academic Press, 1983. p. 127-174.

VERGNAUD, Gérard. **A criança, a Matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Curitiba: Actas, 2009.

WILEY, David. **Learning Object Design and Sequencing Theory**. Thesis (Philosophy Course), Department of Instructional Psychology and Technology, Brigham Young University, Pr, 2000.