UMA PROPOSTA DE ENSINO DE EQUAÇÃO DE 1.º GRAU COM UMA INCÓGNITA VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A PROPOSAL FOR TEACHING A 1ST DEGREE EQUATION WITH AN UNKNOWN VIA PROBLEM SOLVING

DOI: http://dx.doi.org/10.23926/RPD.2526-2149.2019.v4.n2.p431-451.id511

Amanda Cristina de Sousa
Licencianda em Matemática (UEM)
amanda.sa.pr@gmail.com
(Bolsista PIBIC/Fundação Araucária)

Marcelo Carlos de Proença
Doutor pela Universidade Estadual Paulista (UNESP)
Professor na Universidade Estadual de Maringá (UEM)
mcproenca@uem.br

Resumo: O objetivo do artigo foi analisar a contribuição da implementação de uma proposta de ensino via resolução de problemas para favorecer a compreensão de equação do primeiro grau com uma incógnita. Realizamos uma pesquisa participante, envolvendo 34 alunos do sétimo ano do ensino fundamental de escola pública. Registramos suas estratégias de resolução, bem como a participação e motivação ao longo das aulas. Os resultados mostraram que a estratégia tentativa e erro foi a mais utilizada pelos grupos, os quais conseguiram resolver os dois problemas propostos, exceto um grupo que teve dificuldades na etapa de representação ao buscar resolver o problema 2. Os resultados também mostraram que a turma é pouco participativa e houve o desinteresse de alguns alunos. Concluímos que o auxílio da professora-pesquisadora foi fundamental para que os alunos conseguissem resolver os problemas e, assim, compreender a equação de 1.º grau com uma incógnita.
Palavras-chave: Ensino de Matemática; Resolução de Problemas; Equação de 1.º grau.

Abstract: The aim of this paper was to analyze the contribution of the implementation of a proposal of teaching via problem solving to promote the understanding of the equation of the first degree with an unknown. We conducted a participant survey involving 34 seventh graders of public elementary school. We collect your resolution strategies, as well as participation and motivation throughout the classes. The results showed that the trial and error strategy was the most used by the groups, which managed to solve the two proposed problems, except one group that had difficulties in the representation stage when trying to solve the problem 2. The results also showed that the class is not very participative and there was the disinterest of some students. We conclude that the help of the researcher-teacher was fundamental for the students to solve the problems and, thus, understand the 1st degree equation with an unknown.
Keywords: Mathematics Teaching; Problem Solving; 1st degree equation.

1 INTRODUÇÃO

O tema proposto surgiu ao percebermos que os alunos têm dificuldades em entender o porquê de se utilizar letras em atividades de Matemática. Quando o professor solicita que eles representem o enunciado do problema que estão lendo, ou seja, passem da linguagem materna para linguagem matemática, raramente conseguem organizar seus pensamentos e utilizar-se de recursos tais como desenho e as operações aritméticas em busca de uma solução.

A pesquisa de Pimentel (2010, p. 64), ao investigar as dificuldades de três turmas de oitavo ano na resolução de problemas sobre a transição da aritmética à álgebra, concluiu mediante uma das atividades que "na montagem das equações percebeu-se que os estudantes não sabiam articular os símbolos algébricos nem atribuir algum sentido a eles, ou seja, não foram capazes de conectar as figuras boné e guarda-chuva às equações que descrevessem o preço de ambos."

O estudo de Gil e Felicetti (2016) também investigou dificuldades de alunos de 7.ª série (atual 8.º ano) na aprendizagem de álgebra em diversas atividades propostas e mostrou que 40,62% (n=32) dos alunos tiveram poucas condições, em termos do uso de seus conhecimentos, de identificar regularidades presentes em sequências e, assim, conseguir expressá-las por meio da linguagem algébrica, valendo-se de uma expressão algébrica.

Diante disso, é importante que os alunos desenvolvam conhecimentos algébricos apropriados, no sentido de que:

> Uma aprendizagem aceitável da álgebra elementar requer que os alunos desenvolvam a capacidade de trabalhar com um dos "três usos da letra" (letra como incógnita, letra como generalização de procedimento aritmético e letra como variável funcional) e de passar de um ao outro de modo flexível, de acordo com as exigências do próprio problema a ser resolvido. (TRINGUEROS; URSINI 2005 apud QUINTILHANO, 2005).

Para favorecer a aprendizagem da álgebra, pode-se trabalhar em sala de aula a resolução de problemas. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), os alunos devem ser guiados a aprenderem a resolver problemas que envolvem os conteúdos matemáticos e que, para tal, indica-se que o mesmo deve ser adotado como ponto de partida para abordar um conteúdo, o que pode ajudar os alunos a perceberem e relacionarem as características contextuais do problema à forma matemática envolvida, no caso, a forma algébrica.

Na atual Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL 2017), o objetivo do ensino da álgebra é desenvolver o pensamento algébrico, sendo assim, torna-se indispensável o uso de modelos matemáticos contendo letras, números e outros símbolos. Para isso, é necessário que os estudantes saibam, entre outras coisas, estabelecer leis matemáticas e interpretar diversas representações gráficas e simbólicas para, assim, solucionar situações-problema por meio de equações, compreendendo as estratégias utilizadas.

No entanto, na BNCC (BRASIL, 2017) não há uma indicação clara de como proceder à abordagem do uso do problema em relação ao ensino de determinado conteúdo matemático. Essa situação pode, talvez, levar o professor a acreditar que resolver um problema é apenas utilizar uma situação que envolve Matemática, a fim de que o aluno aplique o que acabou de ser trabalhado em sala de aula.

Dessa forma, entendemos que o uso do problema como ponto de partida é uma estratégia didática importante e que merece ser desenvolvida para ensinar os conteúdos matemáticos. Autores como Schroeder e Lester (1989) e, atualmente, Proença (2018) defendem que o problema seja adotado como ponto de partida para introduzir um conteúdo, o que corresponde a um 'ensino via resolução de problemas'. Nesse sentido, o presente artigo tem como objetivo analisar a contribuição da implementação de uma proposta de ensino via resolução de problemas para favorecer a compreensão de equação do primeiro grau com uma incógnita.

A organização dessa proposta foi feita com base nas cinco ações de ensino apresentadas por Proença (2018) em seu livro e que trata do Ensino-aprendizagem de Matemática via resolução de problemas. Diante disso, implementamos essas ideias nas aulas de uma turma de alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental para abordar o conteúdo equação de primeiro grau com uma incógnita.

2 Resolução de problemas no ensino de Matemática

Para falar em resolução de problemas, devemos saber o significado de um problema. Para Pozo e Angón (1998), o que irá definir que uma tarefa seja um problema dependerá do uso dos conhecimentos prévios, conceituais e procedimentais, dos alunos, o que pode variar de aluno para aluno. Assim, "a pessoa só verá nela um problema se estiver disposta a assumir que ali há de fato um problema, ou seja, que há uma distância entre o que sabemos e o que queremos saber, e que essa distância merece o esforço de ser percorrida" (POZO; ANGÓN, 1998, p. 159).

Além da dificuldade identificada na atividade, Pozo e Angón (1998) apontaram que essa aceitação do aluno depende também de como o professor conduz a atividade e a aula. Nesse sentido, a variação das aulas juntamente com a quebra do hábito de aulas repetitivas faz com que os alunos problematizem a atividade, obrigando-os a aplicarem seus conhecimentos conceituais e procedimentais, levando-os a planejar e tomarem decisões de frente ao problema. O uso de atividades que possuem um modo parecido de se resolver pode não tornar-se um problema para o aluno. A esse respeito, os autores enfatizaram que nesses casos não seria necessário o uso de estratégias para resolverem atividades, desta forma, a atividade não representaria, de fato, um problema para o aluno.

Algumas sugestões de Pozo e Angón (1998) com o intuito do professor evitar que as atividades sejam vistas como exercícios para os alunos são: sugerir atividades que tenham várias soluções possíveis, variar os contextos no qual faz com que o aluno observe a aplicação da mesma estratégia em diferentes momentos na sua educação, e apresentar atividades dentro de cenários cotidianos procurando que o aluno estabeleça conexões entre os tipos de situações.

Para Echeverría (1998), um problema vem a ser aquele que tenha obstáculos que dificultem sua resolução e, assim, que levem o aluno a raciocinar. Segundo a autora, isso é diferente dos chamados exercícios, elencando dois tipos de exercícios matemáticos: a) um consiste na resolução de exercícios repetitivos com o objetivo de que o aluno somente memorize os algoritmos e aplique-os em diversas situações; b) o outro tipo de exercício seria aquele que não só tem o objetivo de memorização dos algoritmos como também serviria para aprender alguns procedimentos, como a passagem da linguagem contextualizada (em língua materna) para a linguagem matemática.

De forma análoga, Proença (2018) apontou que uma situação matemática passa a ser um problema "[...] quando a pessoa precisa mobilizar conceitos, princípios e procedimentos matemáticos aprendidos anteriormente para chegar a uma resposta" (PROENÇA, 2018, p. 17). Sobre os conhecidos exercícios, o autor determinou-os como situações matemáticas que envolvem o uso direto de fórmulas ou regras matemáticas, no qual expôs que no ensino tais exercícios são realizados com o propósito de que o aluno aplique fórmulas ou algoritmos para que posto isso, chegue rapidamente à resposta.

Assim, como para Brito (2006) resolver um problema envolve um processo de resolução baseado em quatro etapas (representação, planejamento, execução, monitoramento), Proença (2018) tomou como base essas etapas e as descreveu da seguinte forma:

Na etapa de representação, que consiste na compreensão do problema, Proença (2018, p. 27) apontou que seria a etapa onde "[...] a pessoa realiza/constrói, em um primeiro momento, uma representação mental do problema. Para tal, ela deve utilizar seus conhecimentos linguísticos e semântico para uma inicial compreensão do problema". Após obter uma compreensão inicial do problema, o autor apontou que logo após utilizaria seu conhecimento esquemático, no qual "[...] envolve reconhecer a essência do problema com base nos conceitos e procedimentos matemáticos aprendidos anteriormente e que evidenciam sua natureza: se é ligado à geometria, à álgebra, à aritmética, à combinatória etc.” (PROENÇA, 2018, p. 27). Posteriormente, utilizando tais conhecimentos, o autor pontua que o aluno seria capaz de realizar a representação do problema.

> Ela tem condições de conseguir, assim, perceber se faltam informações no problema (informações incompletas) ou mesmo se há dados que não ajudam ou não precisam ser levados em consideração na busca da solução (informação supérfluas). Por outro lado, é importante destacar que caso a pessoa possua conhecimentos de matemática mal formados então terá dificuldades para estabelecer uma representação adequada do problema. (PROENÇA, 2018, p. 27-28).

Na etapa de planejamento, no qual envolve propor uma estratégia de solução, Proença (2018) indicou que seria necessário o uso do conhecimento estratégico para conseguir criar uma solução para o problema. O autor enfatizou que nesta etapa seria possível analisar as habilidades dos alunos na tradução da língua materna para a língua matemática em que implica no uso de símbolos matemáticos, generalizar e abreviar o raciocínio matemático.

> As estratégias são um conjunto de conhecimentos particulares da pessoa, dependendo das suas preferencias por este ou aquele caminho ou da forma que pensa ser mais fácil para seguir na busca da solução. Nesse sentido, o ‘tipo de mente matemática’ da pessoa a direciona a uma estratégia que segue o uso de conhecimentos lógicos-verbais, viso-pictóricos (desenhos, figuras, diagramas) ou ambos. (PROENÇA, 2018, p. 28).

Na etapa de execução, seria executar a estratégia criada na etapa anterior. “Trata-se, assim, de domínio do conhecimento procedimental, o que revelaria a habilidade da pessoa para o uso de seu pensamento lógico no estabelecimento de relações quantitativas e espaciais” (PROENÇA, 2018, p. 28).

Na etapa de monitoramento, seria a fase na qual o aluno verificaria se a resposta encontrada está de acordo com a pergunta do problema, assim, Proença (2018) apontou que seria possível avaliar se a pessoa “[...] demonstra habilidade matemática para apresentar a racionalidade de uma solução” (PROENÇA, 2018, p. 28). O autor ainda enfatiza que o monitoramento pode acontecer no início do processo de resolução, quando a pessoa percebe um erro cometido.

Por meio de várias pesquisas, análises e com suas experiências na formação de professores, Proença (2018) elaborou uma sequência de ensino por meio da resolução de problemas. Tal sequência constitui-se em cinco ações de ensino, sendo elas: escolha do problema, introdução do problema, auxílio aos alunos durante a resolução, discussão das estratégias dos alunos e a articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo.

Na *escolha do problema*, Proença (2018) considerou três particularidades, das quais a mais fundamental seria a escolha de uma situação de Matemática (possível problema) tal que oriente o aluno a empregar seus conhecimentos prévios de conceitos, princípios e procedimentos matemáticos. A segunda particularidade seria considerar um problema que levaria os alunos a observar um padrão e chegar a uma generalização obtendo uma fórmula matemática, isso favoreceria aos alunos construírem conhecimento sobre o assunto/conteúdo trabalhado. Na última e terceira particularidade, Proença (2018) apontou que decorre das outras duas anteriormente citadas, o que implica fazer com que o aluno relacione seus conhecimentos prévios ao novo conhecimento a ser adquirido.

Desta forma, o autor destaca a importância de o possível problema a ser escolhido admitir mais de uma estratégia para ser resolvido, além de mais de uma resposta. Neste caso, Proença (2018) apontou que a finalidade do professor apresentar problemas com mais de uma solução seria fazer com que os alunos percebam que chegar a uma resposta do problema não significa que seja a única resposta. Sendo assim, a presença de outras respostas levaria os alunos a analisar qual solução condiz com que o problema exige. O autor enfatizou que a atenção do professor deve ser maior frente a esses tipos de problemas devido as diferentes soluções que poderão aparecer. Consequentemente, o professor já deve conhecer e prever essas soluções.

> Consideramos essa ação inicial de escolha de problema de extrema importância no trabalho com resolução de problema. Sem essa ação preliminar relacionada à elaboração de uma situação para abordar um determinado conteúdo, fica comprometido todo o trabalho posterior que visa favorecer a aprendizagem significativa da matemática e, assim, atingir o terceiro aspecto anteriormente citado. (PROENÇA, 2018, p. 49).

Na *introdução do problema*, Proença (2018) indicou que seria essencial a divisão dos alunos em grupos em razão de que, nesta ação, o professor teria o contato direto com os mesmos e a divisão dos grupos ajudaria o professor em apoiar na discussão e análise de suas estratégias. Além disso, os alunos poderiam trocar conhecimentos e debater suas ideias. Após formarem os grupos, o autor apontou que seria a hora de entregar a situação de Matemática para os alunos, de modo que eles possam resolvê-la por meio do uso de seus conhecimentos prévios.

Quando os alunos começam a tentar resolver a situação de Matemática, é o momento em que essa situação pode tornar-se um problema. Por esse motivo, podem surgir as dúvidas e dificuldades, assim o professor deve prestar *auxílio aos alunos durante a resolução* do problema. “Entendemos que o papel do professor no auxílio aos grupos é o de observador, incentivador e direcionador da aprendizagem, apoiando os alunos a desenvolver autonomia frente ao processo de resolução.” (PROENÇA, 2018, p. 51).

No momento em que os alunos têm o primeiro contato com o problema, Proença (2018) apontou que podem surgir dificuldades com a presença de palavras desconhecidas, podendo trazer uma má interpretação e, assim, levando-os a cometerem erros. Deste modo, o professor deve ficar atento para esses tipos de dúvidas e saber orientá-los. O autor enfatizou que, ao dar auxílio aos grupos de alunos, podem surgir grupos que não consigam desenvolver uma compreensão adequada do problema e, assim, não apresentem uma estratégia. Dessa maneira, se mesmo com o auxílio do professor os alunos não conseguirem resolver o problema, é importante que o professor direcione-os a seguir uma das estratégias previamente obtidas na primeira ação.

Quando os alunos finalmente conseguirem elaborar suas estratégias e, assim, encontrarem uma resposta ao problema, o professor deve encaminhar a aula para a *discussão das estratégias dos alunos*, no qual Proença (2018) apontou que o professor convidaria cada um dos grupos para expor sua ideia na lousa, a fim de se fazer com que os alunos percebam os conhecimentos usados e consigam estabelecer conexões entre eles.

Proença (2018) revelou que após as exposições das estratégias, o professor deverá discutir as dificuldades que os alunos tiveram ao tentar resolver o problema e esclarecer alguns pensamentos confusos que os levaram ao erro. "Por fim, deve-se levar os alunos a perceber a necessidade de se avaliar a racionalidade da resposta encontrada [...]" (PROENÇA, 2018, p. 52).

Por fim, na *articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo*, Proença (2018) apontou que a finalidade seria direcionar os alunos a compararem estratégias e soluções que usaram para resolver o problema à forma matemática do conteúdo que será ensinado. Deste modo, o autor enfatizou que a ação do professor seria levar os alunos a perceberem a relação entre o que foi feito e o novo conteúdo.

3 METODOLOGIA

A presente pesquisa é de natureza qualitativa, pois, segundo Suassuna (2008, p. 349), "numa abordagem qualitativa, o pesquisador coloca interrogações que vão sendo discutidas durante o próprio curso da investigação. Ele formula e reformula hipóteses, tentando compreender as mediações e correlações entre os múltiplos objetos de reflexão e análise."

Essa tentativa de compreensão deu-se ao longo das aulas ministradas de uma proposta de ensino via resolução de problemas para tratar do conteúdo equação de primeiro grau com uma incógnita a uma turma de 35 alunos do sétimo ano do ensino fundamental de escola pública de cidade do interior do Estado do Paraná, sendo que 34 participaram da pesquisa. Diante desse contexto, a professora-pesquisadora teve seu papel caracterizado na modalidade de pesquisa participante que "consiste na inserção do pesquisador no ambiente natural de ocorrência do fenômeno e de sua interação com a situação investigada" (PERUZZO, 2003, p. 2).

A proposta de ensino que elaboramos correspondeu a uma sequência didática com base nas cinco ações de *Ensino-aprendizagem de Matemática via resolução de problemas*, sugerida por Proença (2018), para abordar a introdução do conteúdo equação de 1.º grau com uma incógnita, a saber: *escolha do problema, introdução do problema, auxílio aos alunos durante a resolução, discussão das estratégias dos alunos e a articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo.*

Na escolha do problema, propusemos os dois seguintes possíveis problemas e que tinham como foco possibilitar aos alunos o uso de seus conhecimentos prévios:

> Problema 1: "João, Paulo e Carlos têm, juntos, 72 figurinhas. Paulo tem o dobro de figurinhas de João e Carlos tem o triplo de figurinhas de João. Quantas figurinhas tem cada um?" (ALMEIDA; SANTOS, 2014, p. 5).
>
> Problema 2: "Ao ser perguntado sobre sua idade, Paulo respondeu: o dobro da minha idade quatro anos atrás é igual a minha idade daqui a dezoito anos. Qual a idade atual de Paulo?" (ALMEIDA; SANTOS, 2014, p. 6).

A primeira situação proposta é do tipo partilha, correspondendo aos tipos de problemas mais encontrados nos livros didáticos do 7.º ano, aprovados no PNLD-2011, de acordo com a pesquisa realizada por Almeida e Santos (2014). Os problemas de partilha "[...] tem um grau de dificuldade alto, tendo em vista que seu caráter de congruência, no momento de conversão, é considerado muito baixo [...]" (ALMEIDA; SANTOS, 2014, p.13), fazendo com que os estudantes se esforcem mais para conseguir construir e aplicar suas estratégias para resolução do problema.

A segunda situação proposta é do tipo transformação, a qual tem baixa porcentagem de presença nos livros didáticos, sendo apenas 4% de acordo com a pesquisa de Almeida e Santos (2014) nos livros didáticos do 7.º ano aprovados no PNLD-2011. Assim, segundo esses autores, problemas de transformação têm grau de dificuldade maior do que os de partilha, justamente por não conter nenhum valor inicial e final, fazendo com que os estudantes tenham mais dificuldades para conseguir resolvê-los, necessitando mais de direcionamento e motivação por parte do professor.

A partir dessa escolha dos dois problemas, a ação de ensino seguinte foi a de introdução do problema. Nessa ação, entregamos o primeiro problema aos alunos que foram organizados em sete grupos. Posteriormente, após resolução, entregamos o segundo problema. Incentivamos os grupos a tentarem resolvê-los da forma como quisessem, debatendo entre si as suas ideias.

A ação seguinte foi a de auxílio aos alunos durante a resolução, ação em que a professora-pesquisadora assumiu o papel de observar, incentivar e direcionar os alunos durante as tentativas de resolução dos dois problemas. Desse modo, encorajamos iniciativas dos alunos por meio de questionamentos apropriados a cada problema, estimulando-os a buscarem por diferentes possibilidades de resolução, conforme o contexto proposto.

Na ação de discussão das estratégias dos alunos, após os grupos solucionarem o primeiro problema e terem concluído suas ideias, discutimos, com apresentação em lousa, as estratégias utilizadas. Em seguida, fizemos o mesmo para o segundo problema. Com essa ação, criamos um ambiente de socialização das estratégias, debatendo as ideias e conhecimentos utilizados pelos grupos, evidenciando, assim, acertos e equívocos.

Por fim, realizamos a ação de articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo, em que buscamos articular, das estratégias utilizadas, aquela que melhor permitiu evidenciar a estrutura da equação de 1.º grau. Assim, no caso do primeiro problema, tomamos como base a estratégia de "montar uma tabela", feita por alguns grupos. Chamamos a atenção dos alunos para verificarem o que acontecia de um valor de uma coluna para a outra para se obter a soma. Quando, finalmente, os alunos conseguiram notar que o valor de Paulo e Carlos dobra e triplica, respectivamente, o valor inicial de João, encaminhamos essas informações para a seguinte generalização, resolvendo-a: J + 2J + 3J = 72, encontramos 6J = 72, que resulta em J = 12 (Resposta: João tem 12 figurinhas, Paulo tem 24 figurinhas e Carlos tem 36 figurinhas).

No caso do segundo problema, como a única estratégia foi a de "tentativa e erro", feita por alguns grupos, e como não conseguimos tecer uma articulação, seguimos, conforme sugeriu Proença (2018), pela apresentação direta da forma algébrica pretendida. Dessa maneira, já adentrando ao conteúdo de equação de primeiro grau com uma incógnita, explicamos que por convenção utilizamos a letra x para se resolver problemas destes tipos obtendo, respectivamente, para o primeiro e segundo problemas as equações: $x + 2x + 3x = 72$, encontramos $6x = 72$, que resultou em $x = 12$; e $2(x - 4) = x + 18$, a qual, segundo manipulação do procedimento envolvido (de balança), resultou em $x = 26$ (Resposta: Idade atual de Paulo é 26 anos).

Ao longo das aulas ministradas, os dados coletados para a pesquisa foram obtidos por meio das duas seguintes técnicas: a) da proposição de dois problemas da proposta de ensino que envolve o conceito de equação de 1.º grau, para identificar as estratégias utilizadas na resolução desses problemas pelos grupos de alunos que foram formados e para identificar as dificuldades em cada grupo diante das etapas de resolução de problemas; b) do uso de notas de campo, definida como uma técnica de "[...] relato descritivo daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no percurso da recolha, refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo" (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 150), o que permitiu-nos identificar a participação e motivação dos grupos de alunos durante as ações no ensino via resolução de problemas.

A implementação da proposta de ensino ocorreu no mês de maio de 2019, envolvendo seis horas/aulas. Após a solução dos dois problemas pelos grupos, as folhas com as respostas foram recolhidas para realizarmos a análise das estratégias de resolução e das dificuldades nas etapas de resolução de problemas. Foi analisado uma resolução de cada problema por grupo, sendo que foram formados 7 grupos, composto por 4 a 6 alunos. Além disso, a partir da ação de discussão das estratégias dos alunos, utilizamos as notas de campo para anotar as condutas dos alunos relativas às suas participações para resolver os problemas, bem como anotar as falas dos alunos sobre a motivação que tiveram nas aulas.

Diante disso, a análise dos dados foi feita com base em três categorias: a) Estratégias utilizadas pelos grupos – elaboramos um quadro para caracterizar o tipo de estratégia utilizada pelos grupos, bem como ilustramos uma das estratégias para cada problema; b) Dificuldades nas etapas de resolução de problemas – elaboramos um quadro para mostrar as dificuldades dos grupos em cada etapa de resolução de problemas, segundo cada problema; c) Participação e motivação dos alunos/grupos – elaboramos um quadro para delimitar a participação e outro, a motivação dos alunos, ao longo das três últimas ações de ensino que desenvolvemos.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Na categoria Estratégias utilizadas pelos grupos, depois de implementada a proposta de ensino, analisamos e classificamos os tipos de estratégias que os grupos utilizaram para resolverem os problemas propostos a eles. No Quadro 1, a seguir, apresentamo-las:

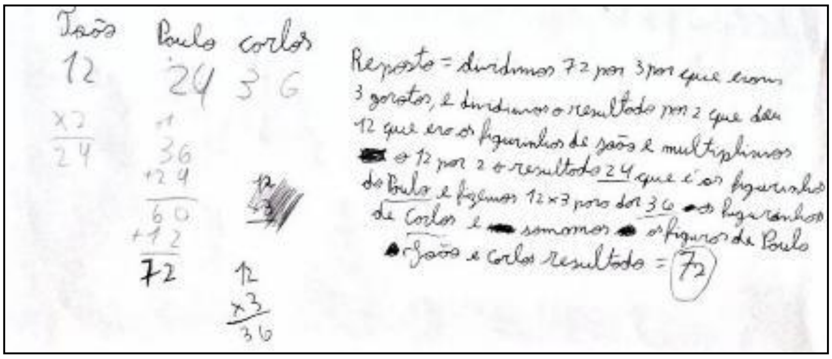
Quadro 1 - Tipos de estratégias utilizadas pelos grupos nos dois problemas

Estratégia	Problema 1	Problema 2
Tentativa e erro	G2, G3, G4, G5	G2, G3, G4, G5, G6
Método de tabela	G1, G6 e G7	-
Não realizaram	-	G1 e G7

Fonte: Os autores.

Nas figuras abaixo, apresentamos um exemplo para cada estratégia utilizada em cada um dos problemas:

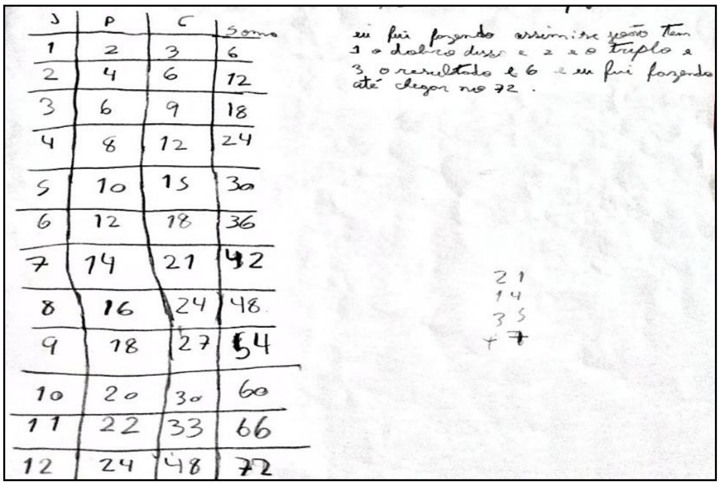
Figura 1 - Estratégia por tentativa e erro utilizada pelo grupo 4 no problema 1



Fonte: Grupo 4.

Os alunos do grupo 4 realizaram o processo inverso para obter um resultado. O problema nos expõe que Paulo e Carlos têm, respectivamente o dobro e o triplo de figurinhas que João, sendo que os três juntos têm 72 figurinhas. Assim, os alunos dividiram 72 por 3 e o resultado 24 dividiram por 2, obtendo assim 12 como número de figurinhas de João. Depois fizeram o dobro e o triplo de figurinhas de João para encontrar respectivamente o número de figurinhas de Paulo e Carlos. Os alunos do Grupo 4, conseguiram chegar à resposta correta.

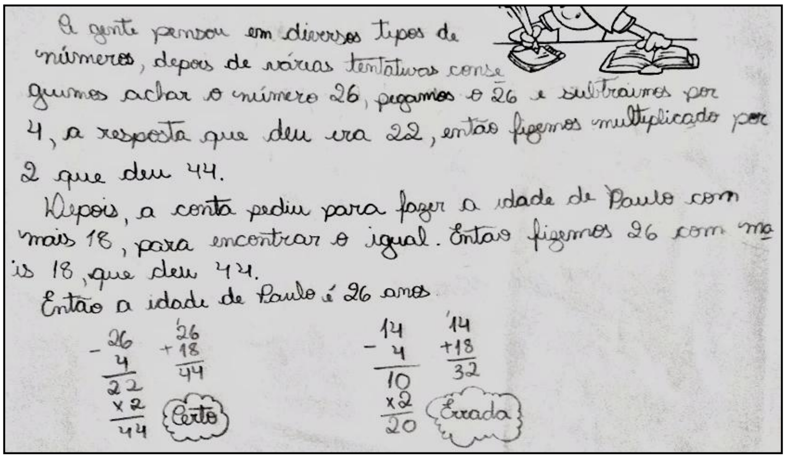
Figura 2 - Estratégia por método de tabela utilizada pelo grupo 7 no problema 1



Fonte: Grupo 7.

Os alunos do grupo 7 utilizaram o método de tabela para chegar a um resultado. Primeiro, o grupo supunha um valor para João, fazia o dobro e o triplo para achar respectivamente os valores de Paulo e Carlos, e obtido os 3 valores, somavam para terem o valor total de figurinhas dos três juntos, e repetia o mesmo processo até chegar em 72 na soma total de figurinhas, o qual o valor era dado no problema. O grupo 7 conseguiu chegar à resposta correta.

Figura 3 - Estratégia por tentativa e erro utilizada pelo grupo 3 no problema 2



A gente pensou em diversos tipos de números, depois de várias tentativas conseguimos achar o número 26, pegamos o 26 e subtraimos por 4, a resposta que deu era 22, então fizemos multiplicado por 2 que deu 44.

Depois, a conta pediu para fazer a idade de Paulo com mais 18, para encontrar o igual. Então fizemos 26 com mais 18, que deu 44.

Então a idade de Paulo é 26 anos

26 − 4 = 22; 22 × 2 = 44 | 26 + 18 = 44 — Certo

14 − 4 = 10; 10 × 2 = 20 | 14 + 18 = 32 — Errada

Fonte: Grupo 3.

Nota-se que o grupo 3 tentou supor vários valores que se encaixassem no contexto do problema, e quando os alunos do grupo chegaram no 26 e aplicaram o que o problema apresentava viram que chegaram a um mesmo valor. O grupo 3 encontrou a resposta correta.

Diferentemente do resultado acima em que encontramos apenas dois tipos de estratégias utilizadas pelos alunos, a pesquisa de Matsuda (2017), que visava propor um ensino de equações polinomiais de 1.° grau via resolução de problemas, mostrou que 30 alunos do 7.º ano do ensino fundamental revelaram uso de estratégias, denominadas, segundo seu referencial teórico, de *trajetos ao acaso*, *análise de meios/fins*, *estabelecimento de subobjetivos* e *gerar e testar*. Destas, a de gerar e testar foi a comum de nosso estudo, pois corresponde, também, à que envolve tentativa e erro.

Sobre a categoria Dificuldade dos alunos durante a resolução, destaca-se que ocorreram auxílios da professora-pesquisadora, conforme a ação de *Auxílio aos alunos durante a resolução.* No decorrer da resolução do primeiro problema, houve assistência aos grupos com dúvidas que envolvem vocábulos como o dobro e o triplo, e equívocos em algumas interpretações do problema.

No Quadro 2, representamos as dificuldades, analisadas de acordo com as etapas de resolução de problemas encontradas após auxílio da professora-pesquisadora no primeiro problema:

Quadro 2 - Dificuldades nas etapas de resolução no problema 1, sendo que "–" significa que não apresentaram dificuldades na respectiva etapa

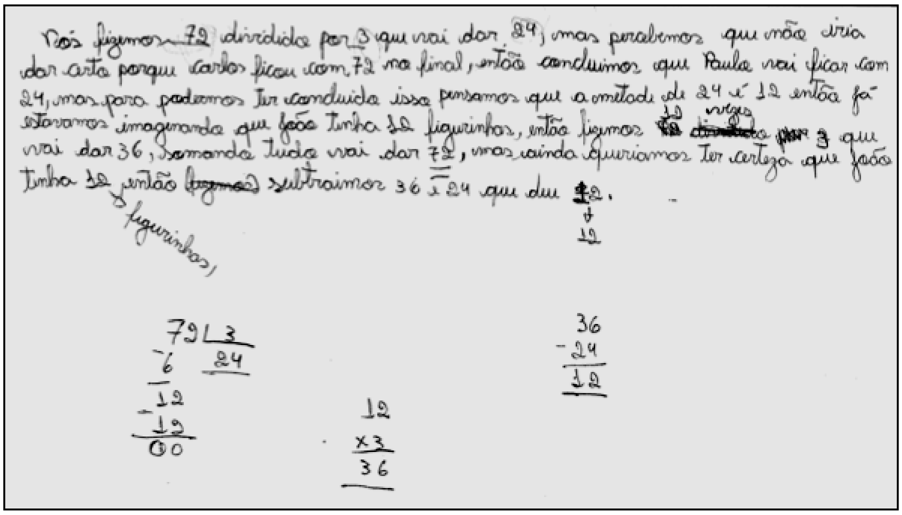
Grupos	Representação	Planejamento	Execução	Monitoramento
1	-	-	-	-
2	-	-	-	-
3	-	-	-	-
4	-	-	-	-

5	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-

Fonte: Os autores.

Podemos observar que os grupos conseguiram resolver o problema sem apresentar dificuldades de representação, planejamento, execução ou monitoramento. Na Figura 4, apresentamos dois exemplos dos grupos 3 e 4, realizando monitoramento a sua primeira resposta encontrada:

Figura 4 - Exemplo monitoramento realizado pelo grupo 3



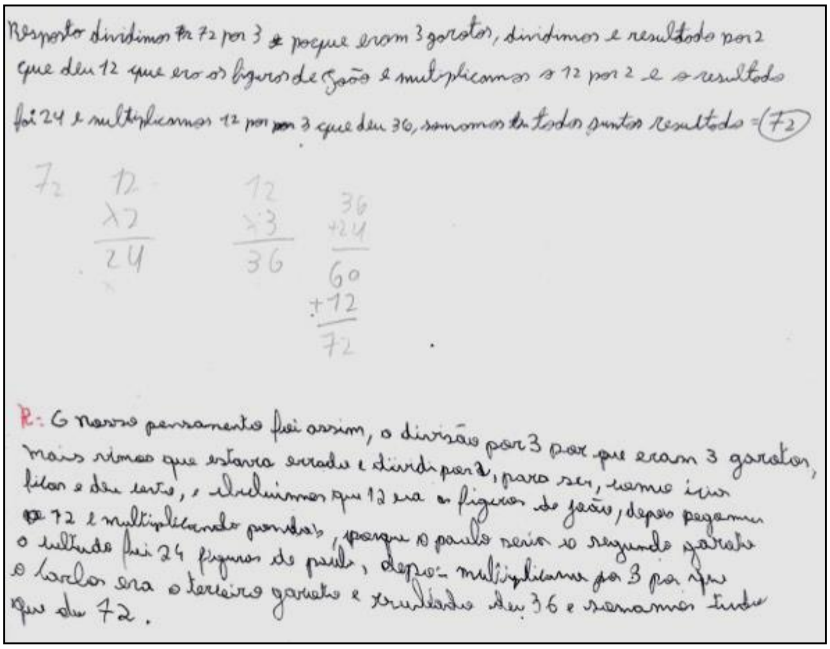
Nós fizemos 72 dividido por 3 que vai dar 24, mas percebemos que não iria dar certo porque Carlos ficou com 72 no final, então concluímos que Paulo vai ficar com 24, mas para podermos ter concluído isso pensamos que a metade de 24 é 12 então já estávamos imaginando que João tinha 12 figurinhas, então fizemos ~~12 dividido~~ 12 vezes por 3 que vai dar 36, somando tudo vai dar 72, mas ainda queríamos ter certeza que João tinha 12 figurinhas, então ~~fizemos~~ subtraímos 36 - 24 que deu 12.

72 | 3 = 24; 12 x 3 = 36; 36 - 24 = 12

Fonte: Grupo 3.

Nesta estratégia apresentada pelo grupo 3, podemos observar que os alunos dividiram 72 por 3, a fim de achar um valor para João, encontrando 24, desta forma, duplicaram e triplicaram o valor de João para achar respectivamente o valor de Paulo e Carlos. Porém, perceberam que pelo enunciado do problema era impossível eles terem respectivamente os valores 24, 48, e 72, visto que, no total, o problema nos trazia que os três meninos juntos possuíam 72 figurinhas.

Figura 5 - Exemplo de monitoramento realizado pelo grupo 4



Fonte: Grupo 4.

Entendemos que o raciocínio dos alunos do grupo 4 era que dividindo 72 por 3 encontrariam um valor único para João, Paulo e Carlos, porém perceberam que pelo enunciado era impossível os três disporem da mesma quantidade de figurinhas já que Paulo e Carlos tinham respectivamente o dobro e triplo de figurinhas que João.

Sobre a resolução do segundo problema em sala de aula, os alunos tiveram muitas dificuldades em interpretar e criar uma estratégia de resolução. Como indicado por Proença (2018), quando os alunos não conseguem resolver o problema, o professor deve direcionar os alunos a seguir uma das estratégias previamente obtidas na primeira ação. Diante disso, a professora-pesquisadora auxiliou os grupos incentivando-os e direcionando-os.

Durante o auxílio, constatamos a falta de conhecimento do significado de igualdade pelos alunos, o que dificultou na resolução do problema 2. No Quadro 3, representamos as dificuldades, analisadas de acordo com as etapas de resolução de problemas encontradas após auxílio da professora-pesquisadora ao segundo problema:

Quadro 3 - Dificuldades nas etapas de resolução no problema 2, sendo que “x” seria que não realizaram o problema e “–” não apresentaram dificuldades na etapa

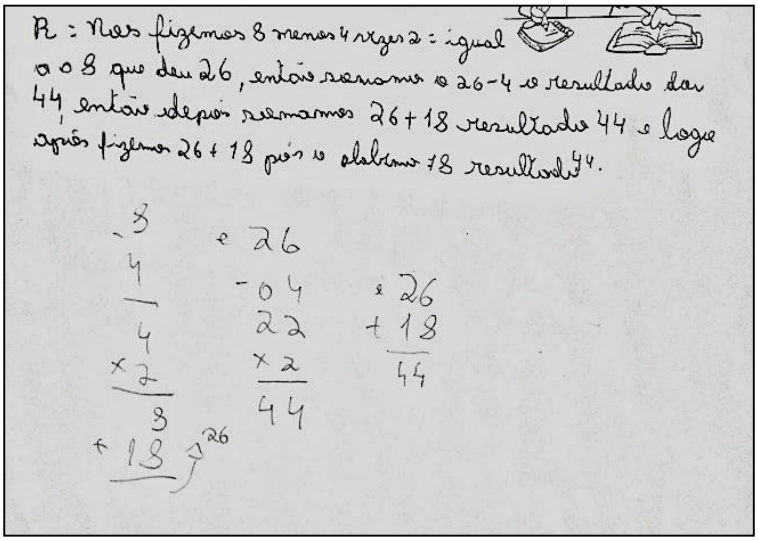
Grupos	Representação	Planejamento	Execução	Monitoramento
1	x	x	x	x
2	-	-	-	-
3	-	-	-	-
4	sim	-	-	-
5	-	-	-	-
6	-	-	-	-

7	x	x	x	x

Fonte: Os autores.

Após o auxílio prestado pela professora-pesquisadora, em geral, os grupos conseguiram chegar a resposta que estava de acordo com o contexto do problema. Alguns grupos continuavam com dificuldades no significado de igualdade o que implicou em uma má interpretação do problema. Na figura 6, apresentamos um exemplo do grupo 4, evidenciando a dificuldade na etapa de representação:

Figura 6 - Exemplo de dificuldade na etapa de compreensão pelo grupo 4



Fonte: Grupo 4.

Podemos constatar que o grupo 4 teve dificuldades na compreensão do problema. Na Figura 5, conseguimos observar que o aluno estava confuso ao justificar sua maneira de pensar. Note que, ao fazer 8-4 e o resultado vezes dois a aula, estava supondo que a idade de Paulo é 8 anos, no próximo processo o grupo deveria fazer 8+18 que daria 26, porém já foram somando 26+18 chegando a 44, que estaria correto, porém o erro foi não respeitar a igualdade dado no problema: (I-4)2 = I+18, sendo I a idade de Paulo.

Matsuda (2017) encontrou dados semelhantes aos nossos. Em sua pesquisa, a turma de do 7.º ano composto por 30 alunos apresentou mais dificuldades em realizar a representação dos problemas no qual gerou uma série de erros. Dos sete grupos formados de 4 a 6 alunos, segundo a autora, seis apresentaram dificuldades na etapa de representação, denominadas, segundo seu referencial teórico, de *falsas hipóteses*, *múltiplo de três* e o *universo do problema*. Destas, a múltiplo de três e a universo do problema foram comuns ao nosso estudo, correspondendo às dificuldades encontradas durante o auxílio prestado pela professora-pesquisadora, que envolvem o significado de dobro e triplo e equívocos em algumas interpretações do problema.

Por fim, na categoria sobre a Participação e motivação dos alunos/grupos, no quadro 4 apresentamos a participação e a motivação dos grupos de alunos durante as três últimas ações no ensino via resolução de problemas.

Quadro 4 - Participação dos alunos durante as três ações de ensino

Grupos	**Ações**		
	Auxílio aos alunos	**Discussão das estratégias**	**Articulação das estratégias**
1	Apenas um integrante participou da tentativa da resolução do problema e o restante ficava com conversas paralelas.	Durante a discussão das estratégias na lousa um aluno esclareceu sua dúvida sobre onde ele errou na resolução do problema 1.	-
2	Apenas um integrante participou da tentativa da resolução do problema e o restante ficava com conversas paralelas.	-	-
3	Os alunos discutiam as estratégias durante a resolução.	Foram à lousa expor a estratégia que utilizaram no problema 1 e 2.	-
4	Os alunos discutiam as estratégias durante a resolução.	Foram à lousa expor a estratégia que utilizaram no problema 1.	-
5	Os alunos discutiam as estratégias durante a resolução.	-	-
6	Os alunos discutiam as estratégias durante a resolução, mas na maioria do tempo ficavam com muitas conversas paralelas.	-	-
7	Os alunos discutiam as estratégias durante a resolução, mas na maioria do tempo ficavam com muitas conversas paralelas.	Apenas um aluno prontificou de expor a estratégia utilizada no problema 1 pelo grupo.	-

Fonte: Os autores.

Observa-se que os grupos, de modo geral, tiveram maior participação durante a ação de *auxílio aos alunos durante a resolução.* Durante esta ação, os grupos 1 e 2 tiveram apenas um aluno cada interessado em tentar resolver o problema. Os alunos dos demais grupos já mostraram uma participação ativa, sendo que os grupos 3, 4 e 5 mostraram-se mais concentrados na resolução dos dois problemas.

Na *ação de discussão das estratégias dos alunos*, apenas os grupos 3, 4 e 7 participaram da exposição de suas estratégias em lousa. No entanto, somente o grupo 3 teve participação nos dois problemas resolvidos. Enfim, na ação de *articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo*, não foi evidenciada a participação dos alunos visto que nesta ação de ensino o papel principal é do professor o qual deve conduzi-los a compararem suas estratégias e soluções à forma matemática do conteúdo que será ensinado.

No quadro 5, apresentamos registros sobre motivação, evidenciada também durante a realização das três últimas ações de Proença (2018):

Quadro 5 - Motivação dos alunos durante as três ações de ensino

Grupos	Ações		
	Auxílio aos alunos	**Discussão das estratégias**	**Articulação das estratégias**
1	Apenas um integrante chamou para tirar dúvidas. Outro aluno disse: "Eu não sei fazer isso não" E mais outro disse: "Que negócio difícil"	Um integrante pediu para expor a estratégia utilizada no problema 1.	Apenas um aluno mostrou interesse na articulação das estratégias ao conteúdo.
2	Apenas um integrante chamou para tirar dúvidas.	-	Não mostraram interesse na articulação das estratégias ao conteúdo
3	Chamaram para tirar dúvidas.	-	Na articulação feita no problema 1, os alunos gostaram do método e uma aluna disse "assim fica muito mais fácil". Ajudaram na resolução do segundo problema aplicando o novo conteúdo.
4	Chamaram para tirar dúvidas.	-	Na articulação os alunos gostaram do método apresentado.
5	Chamaram para tirar dúvidas	-	Todos os alunos prestaram atenção na articulação das estratégias ao conteúdo.
6	Chamaram para tirar dúvidas.	-	Todos os alunos prestaram atenção na articulação das estratégias ao conteúdo.
7	Chamaram para tirar dúvidas. Um aluno indagou: "Para que fazer isso?	-	Alguns alunos prestaram atenção na articulação das estratégias ao conteúdo.

Fonte: Os autores.

Observa-se que na ação de *auxílio aos alunos durante a resolução* os grupos 1 e 2 tiveram apenas um aluno cada que chamou a professora-pesquisadora para tirar dúvidas, relevando estarem motivados. Além disso, dois alunos do grupo 1 disseram *"eu não sei fazer isso não"*, *"que negócio difícil"*, revelando não uma questão sobre motivação, mas no sentido de que ambas as situações propostas configuraram-se como situações difíceis a eles, como um problema. Já nos demais grupos, os alunos envolvidos mostraram motivação para resolver os dois problemas, pois chamaram a professora-pesquisadora para tirarem suas dúvidas. Apenas um aluno, do grupo 7, manifestou não estar motivado quando perguntou: *"para que fazer isso?"*.

Na ação de *discussão das estratégias dos alunos*, apenas o grupo 1 revelou motivação o que ocorreu somente por parte de um integrante, o qual pediu para expor a estratégia utilizada no problema 1. Por fim, na ação de *articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo*, o grupo 2 mostrou falta de interesse na articulação feita pela professora-pesquisadora. Já do grupo 1, apenas um aluno teve interesse sobre essa articulação. Por outro lado, os grupos 3, 4, 5, 6 e alguns alunos do grupo 7 estiveram motivados, sendo que no caso do grupo 3 uma aluna disse que "assim fica muito mais fácil" e que todos desse grupo tiveram a iniciativa para fazer uso da forma de equação para resolver o segundo problema.

De modo geral, houve participação no início das aulas da maioria dos grupos, porém descreu já na discussão de suas estratégias. Já a motivação ocorreu em maior intensidade nas ações de auxílio e articulação, sendo a discussão das estratégias um momento quase ausente de motivação, devido à falta de iniciativa para mostrarem suas estratégias.

Resultado diferente ocorreu na pesquisa de Matsuda (2017), que visava propor um ensino de equações polinomiais de 1.º grau via resolução de problemas. Essa autora mostrou que a turma do 7.º ano era participativa e motivada, pois os alunos cooperavam nas discussões durante o processo de resolução, e mesmo com dificuldades sentiram-se motivados a encontrarem uma solução para as situações-problema propostas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve o objetivo de analisar a contribuição da implementação de uma proposta de ensino baseada na abordagem de ensino via resolução de problemas para favorecer a compreensão de equação do primeiro grau com uma incógnita. Para tal, elaboramos uma proposta de ensino via resolução de problemas seguindo as ações de ensino de Proença (2018), envolvendo aulas para 34 alunos de sétimo ano do ensino fundamental de escola pública.

Em nossa análise, conseguimos identificar apenas dois tipos de estratégias que os grupos utilizaram, dos quais sejam: método de tabela e tentativa e erro. Estas levaram a maioria dos grupos a encontrar a resposta correta dos dois problemas. Na análise das resoluções da maioria dos grupos (G2, G3, G4, G5 e G6), encontramos a estratégia de tentativa e erro, o que entendemos que foi consequência do auxílio da professora-pesquisadora, pois as dificuldades evidenciadas durante o auxílio foram reduzidas, possibilitando aos alunos realizarem compreensão do problema que implicou na criação de estratégias, no caso a de tentativa e erro.

Durante o *auxílio aos alunos durante a resolução*, realizado pela professora-pesquisadora, no problema 1, as dificuldades encontradas pelos alunos estavam relacionadas ao conceito dobro e triplo impedindo o desenvolvimento de uma estratégia, mas devido a sala estar dividida em grupos para resolver o problema, possibilitou aos alunos discutir os significados das palavras e, assim, não necessitando de auxílio professora-pesquisadora em todos os casos. Em geral, durante a resolução deste problema, constatamos que os alunos tiveram dificuldades na etapa de planejamento, porém os grupos G1, G2, G3, G5, G6 e G7 monitoravam a resposta encontrada e conseguiram perceber que aquilo que encontraram não se encaixava no contexto do problema.

Analogamente, no problema 2, na ação de auxílio aos alunos, percebemos que os alunos tiveram dificuldades em elaborar uma estratégia por ser necessário o uso de parênteses e o sinal de igualdade. Diante disso, observamos a falta de conhecimento do significado de igualdade durante a resolução do problema 2, no qual os alunos tiveram dificuldade em interpretar o significado do sinal de igual, eles não sabiam que o que tenho do lado esquerdo do sinal de igual, o resultado deve ser igual ao resultado do lado direito.

Dos dados coletados nas notas de campo, podemos verificar a conduta dos alunos em relação à participação e à motivação dos mesmos durante a implementação da proposta de ensino-aprendizagem de equação de 1.º grau via resolução de problemas. De modo geral, a turma do 7.º ano selecionada para a realização da pesquisa é pouco participativa e a maioria dos alunos são desmotivados. Esperávamos atitudes mais efetivas desses alunos, justamente porque verificamos nas aulas que o diálogo entre eles era frequente, porém na maioria dos grupos havia muitas conversas sem relação com os problemas propostos, o que dificultava a concentração dos mesmos para resolução dos problemas.

Contudo, podemos concluir que a abordagem de ensino via resolução de problemas, estruturada conforme as cinco ações de ensino propostas por Proença (2018), e que foi desenvolvida em sala de aula, contribuiu para a compreensão de equação do primeiro grau com uma incógnita. Evidenciamos essa contribuição principalmente pelos auxílios e condução prestados pela professora-pesquisadora para que as dificuldades dos alunos fossem superadas e não desistissem de tentar encontrar a resposta. Na etapa de discussão das estratégias dos alunos, constatamos que os mesmos conseguiram compreender seus equívocos o que lhes proporcionou corrigir seus erros, contribuindo com o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos dos alunos. Sobre a articulação ao conteúdo, podemos afirmar que os alunos compreenderam o que seria uma equação do 1.º grau, tendo em vista a articulação feita para compreensão de suas características como o uso da incógnita e a presença do sinal de igualdade, e perceberam que o uso das equações do 1.º grau pode facilitar a resolução de problemas.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Jadilson Ramos de; SANTOS, Marcelo Câmera dos. Análise dos problemas propostos para o ensino de equações polinomiais de 1° grau com uma incógnita nos livros didáticos de matemática. **Boletim Gepem**, n. 64, jan./jun., p. 3-17, 2014.

BOGDAN, Robert.; BIKLEN, Sari. **Investigação Qualitativa em Educação**. Uma introdução à teoria e aos métodos. Trad. Maria João Alvarez; Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Brasília, DF, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998.

BRITO, Márcio Regina Ferreira de. (Org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas: Alínea, 2006, p. 13-53.

ECHEVERRÍA, María Del Puy Pérez. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, pp. 43-65.

GIL, Katia Henn; FELICETTI, Vera Lucia. Reflexões sobre as dificuldades apresentadas na aprendizagem da álgebra por estudantes da 7ª série. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, Sergipe, v.1, n. 1, p. 19- 35, 2016.

MATSUDA, Franciely Fabrícia de Souza. **Um ensino de equação de 1º grau com uma incógnita via resolução de problemas**. 2017. 131f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2017.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência da Educação. **Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica.** Curitiba: SEED, 2008, 43p.

PERUZZO, Cicilia Maria Krohling. Da Observação Participante à Pesquisa-Ação em Comunicação: pressupostos epistemológicos e metodológicos. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS DA COMUNICAÇÃO, 26. 2003. Belo Horizonte/Minas Gerais. **Anais...** Belo Horizonte/Minas Gerais, 2003.

PIMENTEL, Danilo Eudes. **Metodologia da resolução de problemas no planejamento de atividades para a transição da aritmética para a álgebra**. 2010. 133 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas e Tecnologia) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2010.

POZO, Juan Ignacio; ANGÓN, Yolanda Postigo. A solução de problemas como conteúdo procedimental da educação básica. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, pp. 139-165.

PROENÇA, Marcelo Carlos de. **Resolução de problemas:** encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de matemática em sala de aula. Maringá: Eduem: 2018.

QUINTILIANO, Luciane de Castro. **Conhecimento declarativo e de procedimento na solução de problemas algébricos**. 2005. 159 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.

SCHROEDER, Thomas Leonard.; LESTER, Frank Klein JR. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.

SUASSUNA, Lívia. Pesquisa qualitativa em Educação e Linguagem: histórico e validação do paradigma indiciário. **Perspectiva**, Florianópolis, v.26, n.1, 341-377, jan./jun.2008.

Recebido em: 15 de agosto de 2019.

Aprovado em: 11 de outubro de 2019.