Seminário Integrador de Pesquisa e Extensão Curso de Licenciatura em Matemática — INSTITUTO FEDERAL Mato Grosso Campus Confresa	2024/2

O ÚLTIMO TEOREMA DE FERMAT E SUA INFLUÊNCIA NO DESENVOLVIMENTO DA MATEMÁTICA

Mateus Vinicius Fernandes Kojunski
Thiago Beirigo Lopes

RESUMO
Este resumo expõe a história do último teorema de Fermat, trazendo as suas principais contribuições para o desenvolvimento da matemática até a sua demonstração em 1996. A pesquisa busca adentrar nesses mais de três séculos que o teorema se manteve sem solução, estudando os principais matemáticos envolvidos e o surgimento de novas áreas da matemática, que foram de exímia importância para a prova final do teorema. A seguinte pesquisa será exclusivamente teórica se pautando principalmente no livro de Simon Sight 'O Último Teorema de Fermat', fazendo uma pesquisa bibliográfica nos principais trabalhos acerca do tema.
Palavras-chave: Teorema. Demonstração. Matemática. Prova.

1. INTRODUÇÃO

No decorrer da história da matemática existiram muitos nomes que a revolucionaram, um deles foi Pierre de Fermat e seu Último teorema, que movimentou a comunidade acadêmica durante mais de três séculos. No século XVl Fermant fundamentou sua conjectura derivada do teorema de Pitágoras (A soma do quadrado dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa ou $a^2 = b^2 + c^2$) deixando uma pequena anotação nas bordas de uma das páginas do livro 'Aritmética' do matemático grego Diofanto de Alexandria, onde de acordo com Cardoso (2020, p. 13) em Latim dizia:

> *É impossível decompor um cubo em dois cubos, um biquadrado em dois biquadrados e, de um modo geral, qualquer potência acima de dois na soma de duas potências de igual expoente. Para isso, eu descobri uma demonstração verdadeiramente maravilhosa, mas a margem é pequena demais para contê-la.*

Para tal ele expõe que não existem soluções inteiras para a "Equação Fermatiana": $a^n = b^n + c^n \ tal\ que\ n > 2 \in \mathbb{Z}$. Com tal problema, que é considerado de trivial entendimento, Fermat desafiou as maiores mentes matemáticas do mundo, criando uma verdadeira corrida, onde a linha de chegada era a demonstração final do teorema que somente foi alcançada em 1995 pelo matemático Andrew Wiles e Richard R. Taylor.

No decorrer desse trajeto para chegar até a prova final, a conjectura impulsionou a construção e evolução da matemática, fazendo com que fossem descobertas e criadas e desenvolvidas muitas áreas, como a teoria dos números e até mesmo os primeiros usos da unidade imaginária $i = \sqrt{-1}$, áreas essas que foram extremamente importantes para o trabalho final da prova de Wiles.

Este trabalho busca elucubrar e compreender como o trabalho de Pierre de Fermat foi importante na construção e consolidação da matemática, para além apenas da demonstração final do teorema.

Espera-se que ao final da pesquisa possamos ter uma visão mais ampla e consolidada do corpo matemático, e da influência da conjectura na criação deste corpo a fim de mudar a visão de que as disciplinas matemáticas são desconexas e sim um grande membro construtor de conhecimento.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Singh (1997), traz uma abordagem sobre como o teorema de Fermat não foi apenas um desafio matemático, mas também um grande impulsionador no desenvolvimento da matemática, ampliando os horizontes seus horizontes e fazendo com que muitos campos da área se coligassem formando uma matemática sólida e unificada, e ainda fazendo com que surgissem inúmeras áreas que foram utilizadas por Wiles em sua demonstração falha em 1993 e na demonstração final em 1995.

Cardoso (2020, p.14) afirma a importância do teorema para a matemática em que:

> *A exposição desta conjectura proporcionou uma maior atratividade à matemática, visto que o enunciado dado por Fermat é pequeno e de simples compreensão. Todavia, a apresentação de uma prova geral ou de um contraexemplo para o enunciado cada vez mais se estabelecia como uma tarefa bastante árdua e de grande complexidade.*

Nesse excerto Cardoso (2020) nos mostra como o teorema de Fermat desempenhou um grande papel na disseminação da área. Ele ainda traça uma linha do tempo destacando os principais nomes envolvidos nas provas das ‘Equações Fermatianas’, com descritas abaixo:

- *Fermat enunciou a conjectura em 1637 e, por volta de 1640, esboçou a prova para o caso do expoente $n = 4$, apresentando uma importante técnica de demonstração por contradição, conhecida, na literatura, como Método da Descida Infinita de Fermat, que consiste em uma “descida infinita” de soluções naturais. Pode ser aplicada também nos casos $n =$ 3 e 5.*
- *Samuel de Fermat, publicou, por volta de 1670, uma edição do livro Aritmética de Diofanto com as anotações do seu pai.*
- *Apenas em 1770, foi publicado o trabalho de Leonhard Euler do caso $n =$ 3(Equação Fermatiana Cúbica), no qual se aplicou o conceito do número imaginário $i = \sqrt{-1}$ na fatoração. Para o aprofundamento da prova, estudaram-se os Anéis Eisenstein. Destaca-se ainda que Euler 16 verificou “algumas pistas” nas anotações de Fermat sobre a ideia da “descida infinita”, método que não era de fácil extrapolação.*
- *Em 1823, Sophie Germain propôs um teorema auxiliar ao Último Teorema de Fermat, dividido em dois casos. Relaciona a divisibilidade das ternas de inteiros a certos expoentes primos (primos de Germain). Os trabalhos de Germain foram importantes nas demonstrações dos casos $n =$ 5 e 7, entre outros casos.*

- *Por volta de 1825, Dirichlet e Legendre provaram, de forma independente, o caso particular n = 5, estudando-se a fatoração única nos Anéis de Dedekind.*
- *Dirichlet demonstrou, em 1832, o caso do expoente n = 14.*
- *Já, em 1839, Lamé apresentou uma elaborada demonstração para o caso n = 7, aprimorando, inclusive, certos aspectos da prova original de Germain. Utilizou uma expressão algébrica com fatores lineares e quadráticos equivalente à $(X + Y + Z)^7 - (X^7 + Y^7 + Z^7)$.*
- *Em 1847, Kummer enunciou um outro importante teorema auxiliar, também dividido em dois casos, que relaciona o Último Teorema de Fermat a uma importante classe de primos, denominados regulares, úteis em várias outras demonstrações. Assim, tendo-se um "expoente primo e regular em uma equação fermatiana, garante-se a não existência de solução de inteiros não nulos".*
- Kummer trouxe ainda um importante "método para os divisores complexos". (Cardoso, 2020, p. 15-16)

De acordo com Ávila (2010) é importante que educadores apresentem certos teoremas e demonstrações ou esboços, para que a matemática não se transforme em uma ciência dogmática.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

A metodologia baseia-se em uma pesquisa bibliográfica, a respeito da vida de Fermat e dos matemáticos envolvidos nas demonstrações das "Equações Fermatianas", assim como nas áreas da matemática que surgiram nesse processo. Além da demonstração do teorema propriamente dita.

4. RESULTADOS ESPERADOS

Espera-se entender como o Último Teorema de Fermat influenciou o desenvolvimento da matemática e no surgimento de grandes nomes da área, integrando elos deste conhecimento e ainda sendo responsável pela criação de novas áreas.

REFERÊNCIAS

SINGH, Simon. **O Último Teorema de Fermat**: A história do enigma que confundiu as maiores mentes do mundo durante 358 anos. 13ª edição. Rio de Janeiro: Editora Record, 2008.

CARDOSO, Samuel Oliveira. **O Último Teorema de Fermat para n=5.** Tese (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro Centros de Ciências Exatas e tecnologia. Rio de Janeiro, p. 12. 2020.

CASTRO, Isabela Souza. **O Último Teorema de Fermat nos Ensinos Fundamental e Médio.** Tese (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Viçosa. Minas Gerais, p. 1 a 2. 2019.

ÁVILA, Geraldo. **Várias Faces da Matemática** – Tópicos para Licenciatura e Leitura Geral. 2ª edição. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 2010.