UM GRANDE DESAFIO: A DEMONSTRAÇÃO DO ÚLTIMO TEOREMA DE FERMAT

Mateus Vinicius Fernandes Kojunski
Suellen Aparecida Greatti Vieira

RESUMO
Esta pesquisa se propõe a analisar e expor a demonstração do Último Teorema de Fermat, feita por Andrew Wiles e Richard Taylor, explorando todos os aspectos matemáticos da prova e destacando a história dos mais de três séculos em que o problema permaneceu sem solução. Trazendo as suas principais contribuições para o desenvolvimento da matemática até a sua demonstração em 1995. A pesquisa busca estudar os principais matemáticos envolvidos e o surgimento de novas áreas da matemática, que foram de exímia importância para a prova final do teorema, com o objetivo de contextualizar toda a demonstração Wiles-Taylor.
Palavras-chave: Teorema. Demonstração. Fermat. Andrew Wiles.

1. INTRODUÇÃO

No decorrer da história da matemática, houve muitos nomes que se destacaram, seja por grandes descobertas e formulações ou até mesmo pela proposição de desafios intrigantes. Um deles foi Pierre de Fermat e seu teorema conhecido como o "Último Teorema de Fermat", que movimentou a comunidade acadêmica durante mais de três séculos.

Fermat foi um magistrado e matemático francês que viveu no século XVII. Ele ficou conhecido como o "Príncipe dos Amadores" pois, apesar de seu exímio conhecimento matemático, não exercia tal atividade como profissão. Filho de um rico mercador de peles, Fermat teve acesso a uma educação privilegiada no monastério franciscano de Grandselve e, logo após, estudou na Universidade de Toulouse.

Ele trabalhou em vários campos da matemática, como na criação da Teoria da Probabilidade, juntamente com Pascal, e formulando as bases que foram utilizadas por Isaac Newton para o desenvolvimento do Cálculo. No entanto, o que realmente chamava a atenção de Fermat era a Teoria dos Números (TN). Ele dedicou bastante tempo de seus estudos a essa área, sendo considerado o pai da Teoria dos Números Moderna.

Durante suas sessões de estudo sobre a TN, utilizando o livro "Aritmética" do matemático Diofanto de Alexandria, ele fundamentou uma conjectura derivada do conhecido Teorema de Pitágoras (que afirma que a soma do quadrado dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa, ou $a^2 + b^2 = c^2$) deixando uma pequena anotação nas bordas de uma das páginas do livro onde, em latim, dizia:

> É impossível decompor um cubo em dois cubos, um biquadrado em dois biquadrados e, de um modo geral, qualquer potência acima de dois na soma de duas potências de igual expoente. Para isso, eu descobri uma demonstração verdadeiramente maravilhosa, mas a margem é pequena demais para contê-la. Cardoso (2020, p. 13)

Com este texto, ele afirma que não existem soluções inteiras para a "Equação Fermatiana":

Teorema 1 : $a^n + b^n = c^n$ tal que $n \in \mathbb{Z}^+$ com $n \geq 3$ e $abc \neq 0$.

Infelizmente, ele faleceu em 1665, sem apresentar sua demonstração, e mesmo após sua morte ela não foi encontrada em nenhuma das anotações e documentos do acervo de Fermat. Com tal problema, que é considerado de fácil entendimento, Fermat desafiou as maiores mentes matemáticas do mundo, criando uma verdadeira corrida, onde a linha de chegada era a demonstração final do teorema, que somente foi alcançada em 1995 pelos matemáticos Andrew Wiles e Richard Taylor.

Figura 1 - Pierre de Fermat, 1601-1665

Fonte: Imagem retirada da internet

No decorrer desse trajeto para chegar até a prova final, a conjectura impulsionou a construção e evolução da matemática, fazendo com que fossem descobertas, criadas e desenvolvidas muitas áreas, como a própria Teoria dos Números e até mesmo os primeiros usos da unidade imaginária $i = \sqrt{-1}$, áreas essas que foram extremamente importantes para o trabalho final da prova de Wiles.

Este trabalho busca elucubrar e compreender como o trabalho de Pierre de Fermat influenciou na construção e consolidação da matemática, e ainda adentrar em todos os aspectos matemáticos da demonstração geral, buscando entender sua construção e princípios.

Espera-se que ao final da pesquisa possamos compreender a história e impactos do teorema proposto por Pierre de Fermat, perpassando pelos matemáticos que tentaram demonstrar o teorema, apresentando seus trabalhos e contribuições a matemática. Além disso, pretende-se apresentar todos os aspectos matemáticos da demonstração de Wiles-Taylor, desde seus conceitos mais fundamentais até campos mais complexos com o método de análise de curvas elípticas de Kolyvagin-Flach e a Teoria Iwasawa.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

A demonstração do UTF trouxe bastante notoriedade para a Matemática. Sobre sua importância, destaca-se que:

> A exposição desta conjectura proporcionou uma maior atratividade à matemática, visto que o enunciado dado por Fermat é pequeno e de simples compreensão. Todavia, a apresentação de uma prova geral ou de um contraexemplo para o enunciado cada vez mais se estabelecia como uma tarefa bastante árdua e de grande complexidade (Cardoso, 2020, p.14).

Cardoso (2020) ainda traça uma linha do tempo destacando os principais nomes envolvidos nas provas das 'Equações Fermatianas', como segue:

> - Fermat enunciou a conjectura em 1637 e, por volta de 1640, esboçou a prova para o caso do expoente $n = 4$, apresentando uma importante técnica de demonstração por contradição, conhecida, na literatura, como Método da Descida Infinita de Fermat, que consiste em uma "descida infinita" de soluções naturais. Pode ser aplicada também nos casos $n = 3 \; e \; 5$.
> - Samuel de Fermat publicou, por volta de 1670, uma edição do livro Aritmética de Diofanto com as anotações do seu pai.
> - Apenas em 1770, foi publicado o trabalho de Leonhard Euler do caso n = 3(Equação Fermatiana Cúbica), no qual se aplicou o conceito do número imaginário $i = \sqrt{-1}$ na fatoração. Para o aprofundamento da prova, estudaram-se os Anéis Eisenstein. Destaca-se ainda que Euler 16 verificou "algumas pistas" nas anotações de Fermat sobre a ideia da "descida infinita", método que não era de fácil extrapolação.
> - Em 1823, Sophie Germain propôs um teorema auxiliar ao Último Teorema de Fermat, dividido em dois casos. Relaciona a divisibilidade das ternas de inteiros a certos expoentes primos (primos de Germain). Os trabalhos de Germain foram importantes nas demonstrações dos casos n = 5 e 7, entre outros casos.
> - Por volta de 1825, Dirichlet e Legendre provaram, de forma independente, o caso particular n = 5, estudando-se a fatoração única nos Anéis de Dedekind.
> - Dirichlet demonstrou, em 1832, o caso do expoente n = 14.
> - Já, em 1839, Lamé apresentou uma elaborada demonstração para o caso n = 7, aprimorando, inclusive, certos aspectos da prova original de Germain. Utilizou uma expressão algébrica com fatores lineares e quadráticos equivalente à $(X + Y + Z)^7 - (X^7 + Y^7 + Z^7)$.
> - Em 1847, Kummer enunciou um outro importante teorema auxiliar, também dividido em dois casos, que relaciona o Último Teorema de Fermat a uma importante classe de primos, denominados regulares, úteis em várias outras demonstrações. Assim, tendo-se um "expoente primo e regular em uma equação fermatiana, garante-se a não existência de solução de inteiros não nulos.
> - Kummer trouxe ainda um importante método para os divisores complexos.
>
> (Cardoso, 2020, p. 15-16).

Singh (2008), traz uma abordagem sobre como o teorema de Fermat não foi apenas um desafio matemático, mas também um grande impulsionador no desenvolvimento da matemática, ampliando os seus horizontes e fazendo com que muitos campos da área se coligassem formando uma matemática sólida e unificada, e ainda fazendo com que surgissem inúmeras áreas que foram utilizadas por Wiles em sua demonstração falha em 1993 e na demonstração final em 1995.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

A metodologia para realização desta pesquisa baseia-se em uma pesquisa bibliográfica. De acordo Sousa, Oliveira, Alves (2021) a pesquisa bibliográfica é:

> [...] o levantamento ou revisão de obras publicadas sobre a teoria que irá direcionar o trabalho científico o que necessita uma dedicação, estudo e análise pelo pesquisador que irá executar o trabalho científico e tem como objetivo reunir e analisar textos publicados, para apoiar o trabalho científico (Sousa, Oliveira, Alves, 2021).

Utilizando a metodologia bibliográfica, realizou-se uma pesquisa nos principais documentos, livros, artigos e notícias a respeito da história de Pierre de Fermat e dos matemáticos envolvidos nas demonstrações das "Equações Fermatianas", assim como nos campos matemáticos que surgiram nesse processo.

A principal fonte histórica é o livro do físico Simon Singh intitulado "O Último Teorema de Fermat: A história do enigma que confundiu as maiores mentes do mundo durante 358 anos", mais específicamente a 13ª edição, de 2008, pela editora Record.

Além da pesquisa histórica, para os aspectos matemáticos da demonstração do teorema propriamente dita, serão utilizados os dois artigos publicados por Andrew Wiles e Richard Taylor na revista Inventiones Mathematicae, sendo eles:

1. Modular elliptic curves and Fermat's Last Theorem (o qual pode ser traduzido por: Curvas elípticas modulares e o Último Teorema de Fermat) que contém 110 páginas.
2. Ring-Theoretic Properties of Certain Hecke Algebras (o qual pode ser traduzido por: Propriedades da Teoria dos Anéis de Certas Álgebras de Hecke) que contém 20 páginas.

Ainda serão consultados os trabalhos matemáticos adjacentes à demonstração Wiles-Taylor, como estudos sobre a Teoria de Galois, Teoria dos Números, Teoria Iwasawa e o método Kolyvagin-Flach.

3.1. A DEMONSTRAÇÃO FINAL

A demonstração feita por Andrew Wiles tem início em 1954, com conjectura proposta pelos matemáticos japoneses Yutaka Taniyama e Goro Shimura. Na época os dois eram estudantes de matemática da Universidade de Tóquio, e pesquisavam de forma simultânea e independente sobre formas modulares. Por serem estudantes do mesmo *campus* eles acabaram se conhecendo e começaram a trabalhar juntos nas pesquisas sobre o tema, até que juntos chegaram na conjectura de Taniyama-Shimura.

Figura 2 - Yutaka Taniyama

Fonte: London Math Soc obituary portrait

Figura 3 - Goro Shimura

Fonte: London Math Soc obituary portrait

A conjectura de Taniyama-Shimura, é fundamental para a teorias dos números, ela estabelece que toda curva elíptica semi estável sobre os números racionais é modular. O que significa que elas podem ser associadas a formas modulares, que são figuras que possuem um alto grau de simetria.

Em 1984 foi realizado um simpósio entre matemáticos que pesquisavam sobre equações elípticas, na cidade de Oberwolfach, no interior da Alemanha. Durante o evento o matemático Gerhard Frey propôs que quem conseguisse demonstrar a conjectura de Taniyama-Shimura conseguiria também demonstrar o UT. Para isso ele afirmou que, se existisse uma solução inteira e não trivial para a equação de Fermat (ou seja, se o teorema fosse falso) para um expoente $n > 2$, então a equação $a^n + b^n = c^n$ levaria à construção de uma curva elíptica muito particular, chamada Curva de Frey (ou curva de Hellegouarch-Frey).

$$y^2 = x^3 + (A^N - B^N)x^2 - A^N B^N \quad \text{(I)}$$

Para concluir este pensamento Frey realizou uma manipulação algébrica da equação fermatiana mantendo sua integridade, sendo assim, se o teorema de Fermat tivesse solução essa curva teria que existir. No entanto, de acordo com Frey, essa curva possuia uma formulação tão estranha, que seria impossível que ela pudesse ser modular, o que é uma contradição da conjectura de Taniyama-Shimura, pois ela afirma que toda curva elíptica deve ser modular. Sendo assim havia duas interpretações da argumentação de Frey,

> 1. Se, e somente se, o UTF estivesse errado, então a equação elíptica de Frey existe.
> 2. A equação elíptica de Frey é tão estranha que nunca poderia ser modular.
> 3. A conjectura de Taniyama-Shimura afirma que toda equação elíptica deve ser modular.
> 4. Portanto, a conjectura de Taniyama-Shimura é falsa.
>
> Alternativamente, e mais importante, Frey podia inverter este argumento.
>
> 1. Se for verdadeira a conjectura de Taniyama-Shimura, então toda equação elíptica deve ser modular.
> 2. Se toda equação elíptica deve ser modular, então a equação de Frey não pode existir
> 3. Se a equação elíptica de Frey não existe, então não podem existir soluções para a equação de Fermat.
> 4. Portanto, o Último Teorema de Fermat é verdadeiro.
>
> (Singh, 2008, p.206)

Mesmo com toda essa lógica construída por Frey ainda faltava uma peça crucial para a ligação entre a conjectura de Fermat e o de Taniyama-Shimura, pois mesmo com a afirmação da impossibilidade de que a equação (I) pudesse ser modular, não tinha sido apontada nenhuma demonstração de tal proposição. Portanto, ainda não se tinha provas de que a demonstração de uma das conjecturas implicaria que a outra também pudesse ser demonstrada.

Nesta conferência onde Frey elucubrou sua hipótese, havia uma série de matemáticos que se fascinaram com a ideia, mas tinham percebido o erro presente em sua corrente de pensamento, o que gerou uma espécie de corrida para provar que a curva de Frey não poderia ser modular. A princípio parecia ser uma problemas muito simples, considerado até elementar por matemáticos mais experientes, porém tal impasse se mostrou bastante complexo.

Um dos matemáticos que estavam na conferência era Ken Ribet, um professor da Universidade da Califórnia, que também tentava provar a não modularidade da curva de Frey, ele trabalhou nessa pesquisa cerca de 18 meses nessa pesquisa, conseguindo provas apenas para alguns casos específicos de modularidade. Até que em 1986 aconteceu o Congresso Internacional de Matemática em Berkeley nos EUA, e Ribet em conversa com outro matemático, o professor Barry Mazur, e assim conseguiu a peça que precisava para a generalização de sua demonstração.

Assim, Ribet conseguiu provar a ligação entre a equação de Fermat e a conjectura de Taniyama-Shimura, sendo um dos avanços mais significativos até a demonstração de Wiles.

Andrew Wiles é um matemático britânico que conheceu o teorema de Fermat ainda criança, e cresceu fascinado com a possibilidade de um dia conseguir prová-lo. Wiles afirma:

> Por acaso, estava folheando livros na biblioteca pública da minha cidade e encontrei um livro de matemática que contava um pouco da história desse problema: alguém o havia resolvido há 300 anos, mas ninguém jamais tinha visto a demonstração. Ninguém sabia se havia uma demonstração. E desde então, as pessoas a procuravam. E ali estava um problema que eu, com dez anos de idade, conseguia entender, um problema que nenhum dos grandes matemáticos do passado havia conseguido resolver. E a partir daquele momento, é claro, eu simplesmente tentei resolvê-lo sozinho. Era um desafio e tanto, um problema tão belo. Esse problema era o Último Teorema de Fermat. (Lynch, 2016)

Ele se formou na Universidade de Oxford com um bacharelado em matemática em 1974 e, em seguida, ingressou no Clare College, em Cambridge, para cursar o doutorado. Em 1981 assumiu uma posição no Instituto de Estudos Avançados de Princeton. Foi nomeado professor em Princeton no ano seguinte.

E então em 1986 ele fica sabendo sobre a conexão das conjecturas feitas por Frey, mas sem muito esperanças de que aquela afirmação pudesse resultar na real demonstração. Wiles só fica convencido de que seria possível provar o UTF quando ele descobre que Ribet havia conseguido provar a modularidade da Curva de Frey. Andrew afirmou

> Eu estava na casa de um amigo tomando chá gelado no início da noite, quando ele mencionou casualmente, no meio da conversa: "A propósito, você soube que Ken Ribet provou a conjectura épsilon?". Fiquei simplesmente eletrizado. Naquele instante, soube que o rumo da minha vida estava mudando, porque isso significava que, para provar o Último Teorema de Fermat , eu só precisava provar a conjectura de Taniyama - Shimura . A partir daquele momento, foi nisso que me concentrei. Eu simplesmente sabia que chegaria em casa e trabalharia na conjectura de Taniyama - Shimura (Lynch, 1997).

Então depois disso ele se dedicou a tentar resolver conjectura de Taniyama-Shimura, com o objetivo de prova o UTF, ele abdicou de todas as pesquisas que estava realizando no momento se dedicando de forma integral a tentativa de demonstrar a CTS e ministrar suas aulas da universidade. Ele trabalhou nessa demonstração por cerca de sete anos, de forma totalmente reclusa, Wiles não quis compartilhar seu trabalho com ninguém, mantendo-o em segredo.

Para começar com sua pesquisa, Wiles utilizou um conceito criado por Galois chamado de teoria dos grupos, usando-a como ferramenta para generalizar a conjectura T-S.

O que tornava tão difícil a prova da conjectura era sua generalização infinita, pois para afirmar com toda certeza que a proposição era válida era preciso provar sua aplicabilidade a qualquer curva elíptica existente.

Para isso Andrew teria que provar que cada elemento de uma série $E(E_1, E_2, E_3, \ldots, E_n)$

(o que seria o equivalentes às todas as equações de curvas elípticas existentes) seria igual a cada uma dos elementos da série $M(M_1, M_2, M_3, \ldots, M_N)$ (que seria o equivalente às modularidades de cada uma das curvas elípticas da série E).

Para isso ele pretendia utilizar um método de demonstração conhecido como Princípio da Indução Finita, que consiste em provar que um argumento é verídico para um caso base n de um conjunto de elementos, e após isso mostrar que esta proposição também é válida para o caso $n + 1$, assim obtendo uma generalização para qualquer elemento deste conjunto.

Assim, através desses artifícios matemáticos, em alguns meses Wiles já conseguia igualar as curvas elípticas a sua forma modular, dividindo-as nos grupos propostos por Galois. Além disso, nesse momento ele também já conseguia igualar os primeiros termos das séries E e M $(E_1 = M_1)$.

Agora o grande desafio de Wiles era provar que ao igualar os primeiros elementos dessas séries ele poderia fazer a generalização utilizando a argumentação da indução finita.

Enquanto ele trabalhava para conseguir essa demonstração, em 1988 outro matemático chamado Yoichi Miyaoka, da Universidade Metropolitana de Tóquio anunciava que havia conseguido provar o UTF, porém utilizando um caminho diferente de Wiles. Utilizando a geometria diferencial ligada à teoria dos números que Miyaoka construira sua prova, durantes as duas semanas após o seu anúncio sua pesquisa foi submetida a uma rigoroso processo de verificação, e para a infelicidade de Yoichi havia uma erro lógico na sua construção, sendo assim o UTF permanecia intacto.

Depois da tentativa frustrada de Yoichi, Wiles deu prosseguimento em suas pesquisas. Mesmo com os avanços obtidos sob o viés da teoria de Galois, ele ainda não havia conseguido dar continuidade em sua argumentação indutiva infinita, então ele resolveu utilizar um método que aprendeu durante o seu doutorado em Cambridge, denominada teoria Iwasawa. A Teoria de Iwasawa é uma área da teoria dos números que estuda como certos objetos aritméticos se comportam em sequências infinitas de corpos numéricos, no entanto ela ainda não se encaixava na demonstração, mas Wiles acreditava que poderia adaptá-la para alcançar seu objetivo.

Mesmo realizando uma série de adaptações, a Teoria Iwasawa não se mostrou eficiente, forçando Wiles a buscar outro meio para conseguir generalizações. Ele já não conseguia encontrar nenhum artifício que pudesse ser útil em seu cálculo, então resolveu voltar-se à comunidade de matemáticos novamente para buscar algo que lhe fosse útil.

Em 1991, Wiles participou de uma convenção sobre equações elípticas realizada em Boston, lá encontrou John Coates, um matemático que havia sido seu orientador de doutorado, enquanto o dois conversavam Wiles fez questão de não exprimir nenhuma pista sobre o que estava trabalhando e no decorrer da conversa ficou sabendo de um estudante chamado Matheus Flach, que estava aprimorando um certo método de análises de curvas elípticas criado por Victor Kolyvagin.

Wiles se interessou bastante pelo método Kolyvagin-Flach (MKF) e acreditava que conseguiria utilizá-lo para os seus cálculos, ele então se dedicou a aprender o método, mas teve uma certa dificuldade, pois era uma matemática totalmente nova e complexa. Voltando à sua pequena sala na Universidade de Princeton ele conseguiu ao longo de meses se familiarizar com MKF, e já conseguia demonstrar a modularidade de algumas curvas elípticas.

Um dos grandes obstáculos do uso do MKF, era que o método não funcionava com todas as equações elípticas existentes, então Wiles precisou fazer um grande esforço para conseguir adaptá-lo a fim de conseguir uma generalização que tornaria possível sua prova por indução. No decorrer de suas pesquisas Wiles percebeu que as equações elípticas poderiam ser agrupadas em determinados grupos que tinham características distintas entre si.

Ele foi progredindo de forma linear em demonstrar a modularidade de cada um desses grupos que ele projetou, um trabalho que durou cerca de 2 anos. Mesmo com o progresso alcançado, Wiles tinha dúvidas sobre seu uso do método Kolyvagin-Flach, e decidiu que precisava de ajuda de alguém que fosse especialista no campo em que ele trabalhava:

> Durante aquele ano eu trabalhei muito duramente tentando fazer o método Kolyvagin-Flach funcionar, mas isso envolvia ferramentas sofisticadas com as quais eu não estava familiarizado. Havia um bocado de álgebra complexa que exigia que eu aprendesse muita matemática nova. Então em janeiro de 1993, eu decidi que precisava de um conselho de alguém que fosse especialista no tipo de técnicas geométricas que eu estava invocando na demonstração. Eu tinha que escolher com cuidado para que contaria meu segredo, porque ele teria que ser mantido em sigilo. Resolvi falar com Nick Katz (Sight, 2008, p.245-246).

Nicholas Katz assim como Wiles era professor na universidade de Princeton, ele realiza pesquisas em Teoria dos Números e Geometria Algébrica Aritmética. Andrew procurou Katz em uma tarde como todas as outras e pediu que ele fosse até o seu escritório, quando Katz chegou lá ficou maravilhado com a ideia de Wiles de provar a conjectura de Taniyama-Shimura.

Durante essa pequena reunião Wiles explicou uma boa parte de sua corrente de raciocínio, no entanto havia muitos cálculos que precisavam ser revisado, e essas pequenas reuniões não seriam suficientes para que isso fosse possível. Katz afirmou:

> O que Andrew tinha que me explicar era tão grande e longo que não daria certo tentar mostrar-me em seu escritório, durante conversas informais. Para algo tão grandioso

nós precisávamos montar uma estrutura formal de aula semanais, de outro modo a coisa ia se degenerar. E assim decidimos criar um curso com várias aulas (Sight, 2008, p.246-247).

Então para que isso fosse possível, Andrew anunciou uma série de palestras intituladas ‘Cálculos em Curvas Elípticas’, que seriam abertas à comunidade acadêmica de Princeton e que Katz estaria na plateia. Sendo assim o Wiles ia explicar toda sua demonstração e os outros estudantes que não sabia do que se tratava não iriam perceber que todo aquele cálculo era uma possível demonstração da conjectura de Taniyama -Shimura.

No início o curso chamou atenção de uma boa parte dos estudantes, mas com o passar das aulas as cadeiras foram ficando vazias até que ficasse apenas Nick, que cuidadosamente analisava cada passo da demonstração de Wiles. Quando o curso terminou não havia mais dúvidas de que MKF funcionava perfeitamente, assim Wiles deu continuidade a sua demonstração.

Em uma tarde no final de maio de 1993, Andrew estava trabalhando em sua conjectura e se deparou com um trabalho de Barry Mazur, e viu uma frase que lhe chamou atenção, ela falava sobre a teoria da deformação de representações de Galois, uma técnica desenvolvida no século XIX. Ele então viu ali uma maneira de fazer com que o método Kolyvagin-Flach funcionasse para o último grupo de equações elípticas que faltava.

Assim, após sete anos de trabalho Wiles finalmente acreditava ter encontrado a demonstração para o tão grandioso Último Teorema de Fermat.

Wiles então resolveu apresentar sua demonstração em uma conferência sobre Teoria dos Números, que aconteceu por volta de maio de 1993 em Cambridge, Intitulada “Funções *L*e Aritmética”. Esse evento tinha sido organizado por John Coates, que como já citado anteriormente tinha sido o orientador de doutorado de Andrew, que o convidou para ministrar duas palestras.

Wiles tinha informado a Coates que tinha algo grande para suas palestras então John decidiu disponibilizar um de seus próprios horários de palestra para que Andrew pudesse apresentar seu trabalho, mesmo sem saber sobre o que se tratava.

Nas três palestras ministradas, Wiles desenvolveu sua demonstração deixando todos os matemáticos que estavam presentes entusiasmados e maravilhados com tudo o que estava sendo apresentado. Uma matemática totalmente nova estava sendo exibida, instigando a curiosidade de todos presentes.

Após essa série de palestras Wiles recebeu um gigantesco destaque da mídia, sendo a primeira página dos principais jornais da época, estampando páginas de revista onde foi elegido com uma das vinte e cinco pessoas mais interessantes do mundo e sendo ainda convidado para fazer parte da propaganda de uma marca de vestuário que pretendia lançar uma coleção de roupas masculinas.

Assim, tendo todos os olhos da comunidade acadêmica voltados ao seu trabalho, os manuscritos de Wiles foram submetidos a um rigoroso processo de revisão pela revista a que foi submetido, chamada Inventiones Mathematicae. Os trabalhos acadêmicos submetidos em revistas costumam passar por um pequeno grupo de até três revisores, no entanto o editor da revista, o matemático Barry Mazur decidiu que o trabalho de Wiles precisava de uma equipe maior. Assim foi formada uma equipe de seis revisores, sendo eles:

- Nicholas Katz (especialista em curvas elípticas)
- Barry Mazur (especialista em curvas elípticas e formas modulares)
- John Coates (orientador de doutorado de Wiles e especialista em funções *L*p-ádicas)
- Ken Ribet (matemático cujo trabalho — o Teorema de Ribet — foi crucial para a abordagem de Wiles, pois conectou de forma definitiva a conjectura de Taniyama-Shimura e o UTF)
- Richard Taylor (ex-aluno de Wiles, que mais tarde colaborou com ele para corrigir a falha na prova original e foi coautor do segundo artigo complementar)

Os meses após o anúncio da prova da conjectura de Taniyama-Shimura foram de espera pela correção da equipe revisora. As 200 páginas do trabalho de Wiles foram divididas em seções, que foram distribuídas aos seis matemáticos.

3.1.1. ERRO FUNDAMENTAL

Wiles já esperava que houvesse muitas dúvidas e correções feitas pelos revisores, que aos poucos foram sendo sanadas e ajustadas através de e-mails entre ele e a banca. Durante a correção de sua seção Katz teve uma dúvida a respeito de uma ligação lógica no uso do método Kolyvagin-Flach e como de costume enviou um e-mail a Wiles, que após muitas dúvidas acreditava ser apenas mais uma correção de simples solução.

Katz insistiu bastante nesse trecho, o que fez com que Wiles o revisse com bastante atenção e nesse momento ele percebe um erro fundamental em sua demonstração. O problema encontrado consistia na ideia de que a afirmação feita por Wiles de que o método Kolyvagin-

Flach funcionava para todas as equações elípticas estava equivocada.

O método desenvolvido por Kolyvagin funcionava para determinadas equações elípticas em situações específicas e Wiles havia o adaptado para funcionar em sua demonstração, no entanto a ideia estava errada. A generalização feita por Wiles estava incorreta e devido a este erro a sequência lógica de prova por indução de que ele desenvolveu não funcionava mais.

Devido a confidencialidade do processo de correção da pesquisa este assunto não foi a público, sendo assim Wiles iniciou uma corrida contra o tempo para tentar encontrar uma maneira de corrigir este erro.

Ele passou todo o restante do ano de 1993 tentando resolver essse problema sem obter sucesso em sua busca.

3.1.2. BUSCANDO UMA SOLUÇÃO

Nos meses que se seguiram após o encontro do erro, a comunidade acadêmica começava a desacreditar que Wiles havia realmente provado a conjectura de Taniyama-Shimura. O manuscrito com a prova ainda permanecia confidencial sendo de conhecimento apenas da banca de correção e de Andrew Wiles, o que alimentava ainda mais a ideia de que ele não provará o teorema.

Wiles continuou a sua procura por uma solução para o seu problema conectivo lógico. Já havia se passado todo o inverno do final de 1993 e ele ainda não havia encontrado nenhuma solução para o seu obstáculo, ele já estava prestes a desistir e publicar toda a sua demonstração, mesmo que de forma incompleta.

Durante todo esse período em que ele buscava uma solução para o problema, Wiles se isolou do mundo, mesmo com toda a repercussão sobre sua demonstração e os boatos sobre a incompletude dela. Uma das únicas pessoas com quem Wiles compartilhava sobre seu trabalho era Peter Sarnak, um amigo e também professor do departamento de matemática de Princeton, que entrou na universidade no mesmo momento que Andrew.

Sarnak aconselha o amigo a procurar alguém para lhe ajudar com seus cálculos, uma pessoa que revisasse o que ele vinha desenvolvendo para ter uma visão externa no problema. Wiles pensou bastante no conselho do amigo e decidiu convidar Richard Taylor, um de seus ex-alunos e revisor de sua demonstração. Taylor morava na Inglaterra e foi passar uma temporada na Universidade de Princeton para trabalhar no teorema com Wiles.

Juntos, Wiles e Taylor, começaram a revisar os manuscritos do capítulo 3 dos manuscritos da demonstração, onde estava o problema. Eles passaram todo o mês de janeiro de 1994 revisando os cálculos utilizando o método Kolyvagin-Flach, e mesmo assim ainda não conseguiram pensar em nenhuma saída para o problema.

E no mês de abril de 1994 um matemático chamado Noam Elkies anunciou que havia encontrado um contra exemplo[1] para o Último Teorema de Fermat. Elkies já havia ficado famoso por ter encontrado uma contra exemplo para a conjectura de Euler, e agora afirmava ter encontrado uma solução para a equação fermatiana envolvendo um expoente primo incrivelmente grande (Maior que 10^{20}).

A notícia dessa solução se espalhou rapidamente, o que deixou Wiles extremamente abalado com a ideia de que sua demonstração era totalmente falsa. Depois de toda a repercussão foi constatado que a notícia não passava de uma brincadeira feita por Elkies, pois o e-mail afirmando que ele encontrou a contraprova foi enviado dia 1 de abril (data que o ocidente considera o dia da mentira).

Após a confirmação de que a contraprova encontrada por Elkies era apenas uma brincadeira de 1 de abril, Wiles continuou a sua procura por uma solução para o seu problema conectivo lógico. Já havia se passado todo o inverno de 1994 e ele ainda não havia encontrado nenhuma solução para o seu obstáculo, ele já estava prestes a desistir e publicar toda a sua demonstração, mesmo que de forma incompleta.

Faltava apenas um mês para que Taylor retornasse à Inglaterra e ele convenceu Wiles a continuar tentando nesse último mês antes de desistir de resolver o problema.

Enquanto Taylor explorava novos métodos para resolver o problema, Wiles decidiu revisar todo o método Kolyvagin-Flach para pelo menos encontrar o motivo pelo qual o seu trabalho havia fracassado. E foi durante essa busca pela origem de seu erro que Wiles encontrou a solução para seu problema, que de acordo com suas palavras:

> Eu estava sentado diante de minha escrivaninha, na manhã da segunda-feira, 19 de setembro, examinando o método Kolyvagin-Flach. Não é que eu achasse que poderia fazê-lo funcionar, mas achava que pelo menos poderia explicar por que não funcionava. Achava que estava me agarrando nos últimos fios de esperança, mas queria me tranquilizar. Subitamente, de um modo totalmente inesperado, eu tive esta incrível revelação. Eu percebi que, embora o método Kolyvagin-Flach não estivesse funcionando completamente, ele era tudo que eu precisava para fazer a minha teoria

[1] Dentro da matemática um contra exemplo é um resultado específico criado para refutar uma determinada afirmação, funcionando como uma contradição ao que está sendo proposto. Geralmente ele ocorre quando temos uma generalização de uma afirmação que é válida para n termos. Por exemplo a afirmação de que todos número primo é ímpar, e como contra exemplo para isso temos o número 2 que é primo porém é par, tornando assim a afirmação falsa.

> original Iwasawa funcionar. Percebi que tinha o suficiente do método Kolyvagin-Flach para construir minha abordagem original do problema nos primeiros três anos de trabalho. Assim, das cinzas de Kolyvagin-Flach, parecia surgir a verdadeira resposta para o problema (Sigh, 2008, p.277).

E assim, depois de 7 anos de trabalho, Wiles finalmente havia encontrado a solução para o Último Teorema de Fermat, criando essa conexão entre os métodos de Kolyvagin-Flach e a Teoria Iwasawa. De forma separada essas abordagens não funcionavam para demonstrar o UTF, mas juntas os seus resultados se complementavam. Ele fez isso trabalhando com a hipótese de que certas álgebras de Heck são interseções locais completas.

Depois de resolvido totalmente o teorema, Wiles publicou seus dois artigos contendo a demonstração, o primeiro sendo o manuscrito das palestras em que ele apresentou a sua primeira demonstração e o segundo que ele publicou juntamente com Richard Taylor que continha a conexão entre os métodos que ele utilizou.

4. RESULTADOS ESPERADOS

Espera-se entender como o Último Teorema de Fermat influenciou o desenvolvimento da matemática e o surgimento de grandes nomes da área, conectando elos deste conhecimento.

Outro importante resultado é a apresentação da demonstração desenvolvida por Andrew Wiles e Richard Taylor, analisando todos os seus aspectos teóricos, e ainda estabelecer todo o escopo matemático utilizado na demonstração. demonstrando como foi feita a ligação entre a conjectura de Taniyama-Shimura e o Último Teorema de Fermat.

REFERÊNCIAS

CARDOSO, S.O. O Último Teorema de Fermat para n=5. Tese (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro Centros de Ciências Exatas e tecnologia. Rio de Janeiro, 2020.

CASTRO, I.S. O Último Teorema de Fermat nos Ensinos Fundamental e Médio. Tese (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Viçosa. Minas Gerais, 2019.

LYNCH, J. The Proof, coprodução da BBC TV/WGBH Boston (28 de outubro de 1997). NOVA | Transcripts | The Proof | PBS

LYNCH, P. Andrew Wiles ganha a Medalha Abel com uma prova que levou 350 anos para ser feita, The Irish Times (19 de maio de 2016).

RAUSSEN, M. SKAU C. Entrevista com o laureado Abel Sir Andrew J Wiles. Notices of the American Mathematical Society 64 (3) (2017), 198 - 208.

SINGH, S. O Último Teorema de Fermat: A história do enigma que confundiu as maiores mentes do mundo durante 358 anos. 13ª edição. Rio de Janeiro: Editora Record, 2008.

SOUSA, A. S. OLIVEIRA, G.S.ALVES, L.H. A Pesquisa Bibliográfica: Princípios e Fundamentos. Cadernos da Fucamp, v.20, n.43, p.68-83, 2021.

TAYLOR, R. WILES, A. Ring-Theoretic Properties of Certain Hecke Algebras. Annals of Mathematics, vol. 141, no. 3, 1995, pp. 553–72. JSTOR,

WILES, A. “Modular Elliptic Curves and Fermat’s Last Theorem.” Annals of Mathematics 141, no. 3 (1995): 443–551.