RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE GEOMETRIA DA OBMEP NO ENSINO MÉDIO

Raniel Gomes da Silva
Elienai Resende Nunes Rodrigues

RESUMO
Este trabalho aborda um estudo da geometria nas olimpíadas de matemática. Tem como objetivo analisar as habilidades e conhecimentos geométricos essenciais para obter sucesso na resolução das questões de geometria plana e espacial em olimpíadas de matemática do Ensino Médio. Abordará a resolução de problemas que envolvem geometria plana e espacial de provas de olimpíadas de matemática em edições anteriores, além de uma pesquisa com alunos e professores sobre formas de abordagem e interesses relacionados ao tema. Um dos métodos utilizados será a aplicação de um questionário, este ajudará na avaliação dos alunos quanto as suas dificuldades com questões desse tema. Ajudará ainda a entender a abordagem dos professores em sala de aula.
Palavras-chave: Olimpíadas de matemática. Geometria plana. Geometria espacial. Resolução de problemas.

1. INTRODUÇÃO

A Matemática como ciência fundamental e estruturante do conhecimento, desempenha papel central na formação do pensamento lógico, crítico e criativo dos estudantes. Dentre suas áreas, a Geometria é muito importante na civilização humana, desde os tempos antigos tem demostrado suas aplicações nas construções, e hoje em dia está por todas as partes inclusive as tecnologias mais modernas. Além disso, possui potencial para desenvolver habilidades de visualização, representação, análise de formas e resolução de problemas.

No contexto educacional brasileiro, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) enfatiza a importância da Geometria como componente curricular desde os anos iniciais até o Ensino Médio. Segundo o documento, "os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas" (BRASIL, 2018, p. 529), valorizando a articulação entre diferentes representações, visualizações espaciais e aplicações práticas dos conceitos. Tais diretrizes evidenciam a necessidade de abordagens pedagógicas que transcendam a memorização de fórmulas e privilegiem o raciocínio, a criatividade e a aplicabilidade dos conteúdos geométricos.

Dentre Olimpíadas de matemática no Brasil, se destacam uma das mais importantes, sendo ela a Olímpiada Brasileira de Matemática das escolas Públicas (OBMEP). Esta, é uma ferramenta estratégica para promover o ensino-aprendizagem de matemática de maneira desafiadora e significativa, por possuir questões que exigem raciocínio lógico, resolução de problemas não convencionais e domínio de conceitos. A OBMEP também desempenha um importante papel de incentivo ao protagonismo estudantil e ao aperfeiçoamento das práticas docentes, possibilitando que alunos se envolvam com a Matemática de forma mais profunda e contextualizada.

Este trabalho tem como objetivo investigar o interesse e os conhecimentos dos alunos do ensino médio, em questões de Geometria, presentes nas provas das Olimpíada Brasileira de Matemática nas Escolas Públicas (OBMEP), além de analisar como os professores atuam no desenvolvimento e preparação dos alunos para esses desafios. Além disso, comparar os conteúdos de Geometria propostos no currículo escolar pela BNCC, com aqueles exigidos pelas provas das Olimpíadas, identificando convergências, lacunas e possíveis pontos de reforço. Com isso pretende-se compreender em que medida a prática pedagógica tem dialogado com os desafios propostos pela OBMEP.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

O estudo da matemática é de suma importância na formação crítica dos estudantes, como destaca a BNCC "Os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas." (BRASIL, 2018, p. 529).

A geometria é uma área da matemática que está presente em toda parte. Desde os tempos antigos, ela vem se mostrando cada vez mais relevante, seja nas grandes construções das civilizações passadas ou nos recursos tecnológicos usados hoje. Sua importância é indiscutível. "A generalidade e a abstração dos conceitos geométricos são construídas pouco a pouco, num processo dialético que envolve necessariamente a influência do mundo físico e uma reflexão intelectual sobre este mundo." (PAIS, 1996).

As competições olímpicas surgiram para aprimorar o ensino-aprendizagem da matemática. Segundo Rodrigues (2019), com a procura de aprimoramento do ensino e aprendizagem de matemática leva a metodologia de resolução de problemas, consequentemente levando a criação de competições olímpicas. Elas proporcionam desafios estimulantes, exigindo raciocínio lógico e criatividade em resoluções de problemas. De acordo com Biazutti (2020), define um problema como qualquer atividade que apresenta aspectos inexplorados e que desafia o estudante, tirando-o de sua zona de conforto. Este conceito é essencial para entender a importância das competições matemáticas, que proporcionam um ambiente propício para o desenvolvimento dessas habilidades.

Os estudantes são motivados a aprofundar conhecimentos e exercer habilidades matemáticas, já que os requisitos exigidos nestas competições vão além dos conhecimentos do currículo tradicional das escolas. Além disso, “A resolução de problemas, geralmente, está relacionada a uma prática pedagógica em que o professor ensina determinadas técnicas e o estudante resolve cada questão com apenas uma forma de solução.” (BIAZUTTI. ANDRADE, 2020, p. 10)

Essas competições estimulam a busca pela excelência, promovem o desenvolvimento de habilidades matemáticas avançadas e oferecem aos estudantes a oportunidade de se destacarem em um ambiente desafiador. “A relevância dos problemas propostos em olimpíadas e seu tratamento didático no ensino de matemática é totalmente reconhecida pela comunidade acadêmica/científica.” (Santiago; Alves; Maia, 2021. P. 5). Dito isso é necessário compreender os conhecimentos geométricos suficientes para obter sucesso em Olimpíadas de Matemática.

No Brasil uma das mais consideráveis competições Olímpicas é “A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) é uma importante política pública para promover a Matemática (por meio do estudo da disciplina, da formação de professores, da identificação de talentos, etc.)” (FARIA et al., 2023).

Além disso Segundo Faria *et al.* (2023), as escolas que possuem os melhores resultados nas Olimpíadas Brasileiras de Matemática nas Escolas Públicas, possuem também um melhor desempenho no Saeb, Enem, menor taxa de reprovação ou abandono e menor distorção de idade-série quando comparadas com escolas com que receberam menção honrosa, não premiadas ou não participantes da OBMEP.

Portanto, é fundamental entender as exigências da OBMEP para orientar o ensino de geometria de forma direcionada e abrangente. Essa pesquisa permitirá estudar melhor os conceitos e tópicos relevantes da geometria plana e espacial, oferecendo aos estudantes uma base sólida para enfrentar desafios matemáticos mais complexos. Permitir um melhor direcionamento e despertar o interesse dos estudantes pode resultar em um aprendizado mais eficaz no desenvolvimento de conhecimentos sólidos em geometria.

Deste modo, este trabalho visa contribuir para uma educação matemática de qualidade, melhorando o ensino de geometria no Ensino Médio e preparando os estudantes para enfrentar os conteúdos avançados proporcionados oferecidos pelas Olimpíadas de Matemática. O objetivo desta pesquisa é analisar as habilidades e conhecimentos geométricos essenciais para obter sucesso na resolução das questões de geometria plana e espacial em Olimpíadas de Matemática do Ensino Médio.

Busca-se investigar os conhecimentos necessários para alcançar um bom desempenho nessas competições, uma vez que elas demonstram um papel significativo no ensino-aprendizagem da geometria. Ao demonstrar a aplicabilidade e a importância da disciplina em contextos desafiadores e competitivos, as competições olímpicas oferecem uma motivação adicional aos estudantes. Pois, "As olimpíadas proporcionam aos estudantes oportunidades de mostrar seus talentos, além de incentivar o aperfeiçoamento dos estudos na área". (Rodrigues; Zevallos, 2019, p. 3.). Essa pesquisa contribuirá para um melhor direcionamento do ensino de geometria, enfatizando os conceitos relevantes e preparando os estudantes para enfrentar desafios matemáticos mais avançados.

Além disso, ao destacar a importância da geometria nas competições matemáticas, esta pesquisa pode estimular o interesse dos estudantes em participar dessas competições, que servem como um incentivo adicional para aperfeiçoar seu conhecimento. Ao promover um ensino de geometria mais eficaz e motivador, é possível capacitar os estudantes a alcançarem resultados cada vez mais altos e desenvolver um grande amor pela matemática. As olimpíadas proporcionam aos estudantes oportunidades de mostrar seus talentos, além de incentivar o aperfeiçoamento dos estudos na área.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

A presente pesquisa será desenvolvida por meio da análise qualitativa de provas de Olimpíadas de Matemática do ensino médio de edições anteriores, análise de livros e artigos sobre ensino de geometria, também será aplicado no IFMT-campus Confresa, um formulário aos estudantes do ensino médio, e outro aos professores de matemática para entender suas metodologias. Utilizaremos provas da OBMEP do nível 3 (Ensino Médio), com foco nas questões de geometria. Primeiramente será realizada uma pesquisa nas provas das edições anteriores para identificação das questões de geometria e resolução dessas questões classificando habilidades da BNCC necessárias. Em seguida, aplicar o formulário aos estudantes e professores.

O objetivo do questionário é identificar o interesse e a participação dos alunos nas questões de Olimpíadas de Matemática do Ensino Médio e como os professores atuam para promover os conhecimentos necessários para os alunos terem bom desempenho. E então analisar quais temas geométricos mais aparecem nas questões da OBMEP, com o intuito de comparar a frequência e relevância desses temas nas edições anteriores com o que é proposto no currículo oficial da BNCC.

Para esta comparação será utilizado questões de provas anteriores. As provas serão analisadas e identificadas as questões de geometria, classificando-as por temáticas comuns, como mostrado na tabela 1.

Tema Geométrico
Ângulos
Triangulo e Teorema de Pitágoras
Semelhança de triângulos
Polígonos
Área e Perímetro
Circunferência e Círculo
Transformações (simetria, rotação etc.)
Geometria Espacial (volume, área)
Problemas de visualização e raciocínio
Escalas e proporcionalidade espacial

3.1 FORMULÁRIOS PARA PROFESSORES E ALUNOS

O formulário para os alunos tem como objetivo identificar as dificuldades relacionadas a aprendizagem da geometria, a familiaridade com questões da OBMEP e as percepções dos alunos sobre sua utilidade.

Formulários para alunos,

1. Qual é o seu nível de interesse em Matemática?

a) Muito alto

b) Alto

c) Moderado

d) Baixo

2. Você gosta de estudar geometria?

a) Sim, muito

b) Sim, pouco

c) Não gosto muito

d) Não gosto de jeito nenhum

3. Você já participou de alguma Olimpíada de Matemática?

a) Sim, várias vezes

b) Sim, uma vez

c) Não, mas tenho interesse em participar

d) Não, e não tenho interesse em participar

4. Como você avalia suas habilidades em resolver questões de geometria?

a) Muito boas

b) Boas

c) Razoáveis

d) Ruins

5. Qual é a sua maior dificuldade em questões de geometria?

a) Compreender os conceitos básicos

b) Interpretar os enunciados das questões

c) Aplicar fórmulas e teoremas

d) Resolver questões mais desafiadoras

6. Como você se sente ao resolver problemas de Matemática em geral?

a) Muito confiante

b) Confiante

c) Pouco confiante

d) Nada confiante

7. Em suas aulas de Matemática, com que frequência você estuda questões de Olimpíadas de Matemática?

a) Sempre

b) Às vezes

c) Raramente

d) Nunca

8. Você acredita que as Olimpíadas de Matemática ajudam a melhorar seus conhecimentos em geometria?

a) Sim, com certeza

b) Sim, mas pouco

c) Não fazem diferença

d) Não sei opinar

9. Quais recursos você usa para estudar geometria?

a) Apenas o livro didático e exercícios passados pelo professor

b) Vídeos e aulas online

c) Livros de questões de competições

d) Outros (especifique):--- ---------------------------

10. Você gostaria que as aulas de Matemática tivessem mais foco em questões desafiadoras, como as das Olimpíadas?

a) Sim, muito

b) Sim, mas não tanto

c) Não vejo necessidade

d) Não sei opinar

O formulário para os professores terá a finalidade de obter dados de como os professores trabalham os temas relacionados as Olimpíadas de Matemática e quais as principais dificuldades encontradas por eles.

Formulários para professores

1. Qual é a sua formação acadêmica?

a) Licenciatura em Matemática

b) Bacharelado em Matemática

c) Licenciatura em outra área, mas com experiência no ensino de Matemática

d) Outra formação (especifique) ---

2. Há quanto tempo você leciona matemática no Ensino Médio?
a) Menos de 1 ano
b) Entre 1 e 5 anos
c) Entre 6 e 10 anos
d) Mais de 10 anos

3. Com que frequência você aborda questões de Olimpíadas de Matemática em suas aulas regulares?
a) Nunca
b) Raramente (menos de uma vez por bimestre)
c) Às vezes (uma ou duas vezes por bimestre)
d) Frequentemente (três ou mais vezes por bimestre)

4. Quais recursos didáticos você utiliza para ensinar geometria?
a) Apenas quadro e livros didáticos
b) Recursos tecnológicos (softwares, aplicativos etc.)
c) Materiais concretos (réguas, compasso etc.)
d) Uma combinação de todos os itens acima

5. Você acredita que o currículo escolar regular de geometria é suficiente para preparar os alunos para as Olimpíadas de Matemática?
a) Sim, totalmente suficiente
b) Sim, mas com adaptações e complementos
c) Não, é insuficiente para esse objetivo
d) Não sei opinar

6. Qual é a principal dificuldade que os alunos apresentam em questões de geometria?
a) Falta de compreensão dos conceitos básicos
b) Dificuldade em interpretar os enunciados das questões
c) Dificuldade em aplicar fórmulas e teoremas
d) Falta de prática na resolução de problemas desafiadores

7. Com que frequência você incentiva seus alunos a participarem de Olimpíadas de Matemática?
a) Nunca
b) Raramente
c) Às vezes
d) Sempre

8. Qual método você considera mais eficaz para ensinar resolução de problemas de geometria?
a) Explicação teórica seguida de exercícios práticos
b) Trabalho em grupo para resolução de problemas
c) Uso de tecnologia para simular situações geométricas
d) Resolução de problemas de competições anteriores

9. Em sua opinião, como as Olimpíadas de Matemática impactam no interesse dos alunos em geometria?
a) Aumentam muito o interesse
b) Aumentam um pouco o interesse
c) Não impactam o interesse
d) Diminuem o interesse

10. Quais fatores você acredita que mais influenciam o desempenho dos alunos em geometria nas Olimpíadas?
a) Nível de dificuldade das questões
b) Preparação e prática prévia
c) Interesse e motivação dos alunos
d) Metodologias utilizadas pelo professor

Estes questionários terão por finalidade entender as dificuldades enfrentadas pelos alunos na resolução de questões olímpicas de geometria, além obter entendimentos sobre as práticas pedagógicas adotadas pelos professores e como eles preparam os alunos para as Olimpíadas. Por fim, a análise das práticas adotadas e comparação com os conteúdos exigidos pelas Olimpíadas.

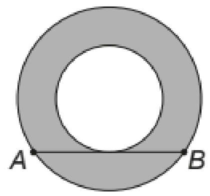
4. RESULTADOS

Foi realizado uma pesquisa bibliográfica sobre as habilidades da BNCC em geometria necessária para resolução das questões da prova OBMEP 2025 fase 3(Ensino Médio), a análise preliminar revelou que os temas de geometria mais frequentes envolvem relações métricas em triângulos, polígonos regulares e irregulares, cálculo de área e perímetros, geometria espacial e problemas de visualização e raciocínio geométrico.

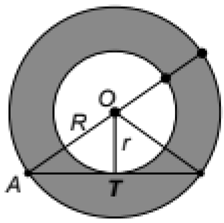
4.1 Questões Analisadas da OBMP 2025

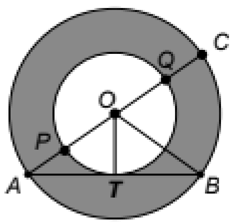
4.1.1 Questão 1 (OBMEP 2025)

A figura mostra duas circunferências concêntricas. O segmento AB é tangente à circunferência interior e tem comprimento 2. Qual é a área da região cinza?



Solução: Por serem circunferências concêntricas possuem o mesmo centro. Seja O o centro das circunferências. Trace $\overline{AC}$ Passando por O , e C um ponto da circunferência maior. Marque ainda P e Q pontos da circunferência menor pertencentes a $\overline{AC}$ de modo que P esteja entre $\overline{AO}$ e Q esteje entre $\overline{OC}$. Considere T o ponto de tangência de $\overline{AB}$ e R o raio da circunferência maior e r o raio da circunferência menor. Agora, se $OT = r$ e $OA = R$, queremos área igual a$A = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2)$ (*)





Aplicando o teorema de Pitágoras no Triangulo ATO temos que $R^2 = r^2 + 1$, logo substituindo em (*) $A = \pi\big((r^2 + 1) - r^2\big) = \pi$ Portanto a área $A = \pi$.

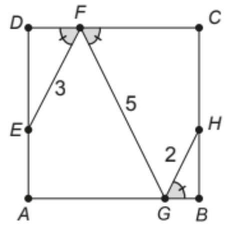
Habilidades Da BNCC usadas

(EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.

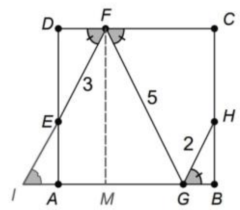
(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

4.1.2 Questão 2 (OBMEP 2025)

Na figura, ABCD é um quadrado. Os ângulos EFD, GFH e BGH possuem a mesma medida. Além disso, EF=3, FG=5 e GH=2. Qual é a área do quadrado?



Solução: Prolongamos FE até encontrar a reta AB no ponto I. O triângulo IGF
é isóscele, pois o ângulo FIG é congruente ao angulo DFI, que é congruente ao CFG e este é congruente a FGI (ângulos alternos internos e dados do problema). Logo, FI= FG=5 e El= FI-HG=5-3=2.



O triângulo ElA é congruente ao triângulo HGB, pois ambos são triângulos retângulos, os ângulos EIA e HGB são congruentes e El= HG = 2.
Sendo M o ponto médio de lG , concluímos que FM ⊥ MG. Se a medida do lado do quadrado é FM = a, temos lA + AG= AG+ GB= a. Assim,

$$MG = \frac{a}{2}$$

No triângulo FMG, retângulo em M, temos, pelo Teorema de Pitágoras.

$$5^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 25 = a^2 + \frac{a^2}{4} \Leftrightarrow 100 = 4a^2 + a^2 = 5a^2 \Leftrightarrow a^2 = 20$$

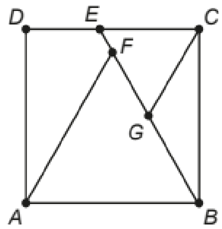
Habilidades Da BNCC usadas:

(EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.

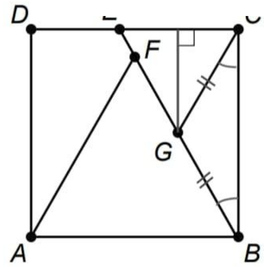
(EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

4.1.3 Questão 3 (OBMEP 2025)

Na figura, ABCD é um quadrado e os triângulos ABF e CEG são equiláteros. A área do triângulo ABF é 18 cm². Qual é a área do triângulo CEG?



Solução: Os triângulos equiláteros ABF e CEG têm ângulos internos medindo 60° cada. Dessa forma, os ângulos GCB e GBC medem 30°cada e, consequentemente, o triângulo BCG é isóscele. Assim, a altura do triangulo CEG é igual à metade do lado do quadrado ABCD, que, por sua vez, é igual ao lado do triângulo ABF.



Sejam L o lado do quadrado ABCD e do triangulo ABF e l, o lado do triangulo CEG. A altura do triângulo CEG é igual a $\frac{L}{2}$. Logo, temos a seguinte relação:

$$\frac{L}{2} = \frac{I\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow I = \frac{L}{\sqrt{3}}$$

A partir da relação entre áreas e lados dos triângulos, conseguimos descobrir a área do triangulo CEG (A_{CEG}):

$$\frac{18}{A_{CEG}} = \left(\frac{L}{\frac{L}{\sqrt{3}}}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{18}{A_{CEG}} = 3 \Leftrightarrow A_{CEG} = 6cm^2$$

Portanto, a área do triângulo CEG é igual a 6 cm.

Habilidades Da BNCC usadas:

(EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.

4.2 Análise de conteúdos exigidos

Ao classificar os temas das questões, nota se que problemas envolvendo triângulos, semelhança, decomposição de figuras e uso das propriedades geométricas aparecem com maior frequência. Esses resultados parciais sugerem que, embora a BNCC contemple tais conteúdos, a profundidade e a complexidade exigidas pela OBMEP são significativamente maiores, o que reforça a importância de práticas pedagógicas que estimulem a resolução de problemas desafiadores.

Assim, o questionário para os alunos busca identificar o interesse dos alunos pela matemática e geometria, além de revelar o interesse dos alunos por questões complexas como as da OBMEP no ensino médio. Para os professores espera-se entender como promovem os conhecimentos necessários para os alunos e como abordam temas da OBMP em suas aulas.

Espera-se que o presente trabalho possa aprimorar o ensino da geometria plana e espacial no Ensino Médio, ao identificar determinados conteúdos que são valorizados nas olimpíadas, mas têm pouca presença no currículo. Essas descobertas buscam fortalecer as habilidades dos estudantes em geometria, contribuindo em uma base sólida ao enfrentar desafios matemáticos mais complexos.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

BIAZUTTI, A.; VAZ, R. F.; ANDRADE, L. R. Discutindo o Método de Ensino por meio da Resolução de Problemas (MERP). Revista Baiana de Educação Matemática, [S. l.], v. 1, p. e202019, 2020. DOI: 10.47207/rbem.v1i.10316. Disponível em: https://www.revistas.uneb.br/index.php/baeducmatematica/article/view/10316. Acesso em: 24 jun. 2024.

RODRIGUES, Elienai Resende Nunes; ZEVALLOS, Juan Elmer Villanueva. Resolução de problemas olímpicos sobre funções exponencial e logarítmica. 2019. 121 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso Campus Universitário do Araguáia Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Barra do Garça, 2019. Disponível em:busca_tcc_det.php. Acesso em: 30 out. 2023.

SANTIAGO, P. V. da S.; VIEIRA ALVES, F. R.; PEREIRA MAIA, B. M. Sobre a noção de Situação Didática Olímpica aplicada ao contexto das Olimpíadas Internacionais de Matemática. Revista de Educação Matemática, [S. l.], v. 18, p. e 021029, 2021. DOI: 10.37001/remat25269062v18id533. Disponível em: https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/129. Acesso em: 1 nov. 2023.

PAIS, Luis Carlos (ed.). Intuição, experiência e teoria geométrica. **Zetetike**, Campinas, v. 4, p. 64-75, 30 dez. 1996. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646739. Acesso em: 17 jun. 2025.

FARIA, Ernesto Martins; BIONDI, Roberta Loboda; MIRANDA, Cecília Coutinho; SILVA, Julia Batista da; MAGGI, Lecticia; BIONDI, Roberta Loboda. O cenário do ensino de matemática no brasil: o que dizem os indicadores nacionais e internacionais**.** [S. L.]: Interdisciplinaridade e Evidências no Debate Educacional (Iede), 2023. 62 slides, color, 677 × 381 mm. Disponível em: https://portaliede.org.br/wp-content/uploads/2023/12/Iede_O_cenario_do_ensino_matematica_no_Brasil.pdf. Acesso em: 17 jun. 2025.