

CONSOLIDAÇÃO HISTÓRICA DO CONCEITO DE FUNÇÃO: DA INTUIÇÃO ANTIGA À DEFINIÇÃO MODERNA

Wélrika de Jesus Lima
Thiago Beirigo Lopes

Resumo

Nesta pesquisa, investiga-se a evolução histórica do conceito de função, desde as noções primitivas de dependência nas civilizações antigas até a sua formalização. O objetivo é analisar a constituição desse conceito e sua transição para uma estrutura lógica abstrata. O estudo aborda a introdução formal do termo no século XVII por Leibniz, em 1673, e as contribuições de Newton, em 1687, acompanhando seus desdobramentos conceituais até o século XIX, com as contribuições de Euler e Dirichlet. Trata-se de pesquisa bibliográfica, de caráter exploratório e qualitativo, evidenciando como o conceito ganhou autonomia analítica contemporânea.

Palavras-chave: Função. História da matemática. Antiguidade. Variáveis dependentes.

1. INTRODUÇÃO

A compreensão histórica do conceito de função permite perceber que a matemática não surgiu pronta, mas foi construída ao longo do tempo, a partir de necessidades práticas e de sucessivos refinamentos teóricos. Desde as primeiras formas de contagem, as relações de dependência estiveram presentes em situações cotidianas, mesmo antes da criação de uma linguagem algébrica formal.

Conforme aponta Boyer (1992, p. 1), “calcular” inicialmente estava associado a “fazer conta por meio de seixos”, uma vez que a origem da palavra cálculo deriva do termo latino *calx*, que significa pedra. Nesse contexto, um exemplo frequentemente utilizado para ilustrar essa noção primitiva é a correspondência entre cada animal e uma pedra, recurso que teria sido utilizado por pastores para controlar seus rebanhos.

Nessa perspectiva, observa-se que essa notação surgiu intuitivamente para solucionar problemas do cotidiano dos antepassados. Relacionar um elemento, como o animal, a outro, como a pedra, foi uma solução imediata para controlar a quantidade de animais: se restasse alguma pedra, faltava um animal; se houvesse mais animais que pedras, o rebanho havia se expandido.

Buscar entender o conceito de função sob uma perspectiva histórica e teórica é uma tarefa relevante para a Educação Matemática. Este trabalho não busca reconstruir toda a história da matemática, mas refletir sobre a constituição histórica do conceito de função e sua importância para a

matemática.

Realizar o estudo sobre a história do conceito de função é importante tanto para compreender a evolução da matemática ao longo do tempo quanto para promover a valorização da construção histórica de conceitos matemáticos. Por conseguinte, o conceito de função foi construído inicialmente de forma intuitiva, como solução para problemas cotidianos das antigas civilizações, e posteriormente refinado e ampliado para outros campos do saber, como a física, a química e a biologia.

Com esta pesquisa, tem-se como objetivo analisar a constituição histórica do conceito de função, com base em obras sobre a história da matemática, como Boyer (1992), Eves (2004) e Garbi (2009), a fim de compreender aspectos de sua formação histórica.

O trabalho está organizado em uma discussão teórica inicial, que expõe o contexto histórico, seguida pela análise das noções antecedentes, pela apresentação do encaminhamento metodológico, pelos resultados esperados e pelas considerações finais previstas.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Noções iniciais e antecedentes históricos

Segundo Boyer (1992), o pensamento matemático sobre a função, em sua forma inicial, começou a surgir nas grandes civilizações fluviais da Antiguidade, incluindo o Egito e a Mesopotâmia. Em papiros egípcios e tábuas de argila babilônicas, foram encontradas operações matemáticas referentes ao cálculo e à mensuração. Esses documentos são essenciais para o conhecimento de conceitos matemáticos primitivos que utilizamos no dia a dia.

Nesse sentido, a noção de função, tão essencial na matemática moderna, teve sua origem de maneira intuitiva. Um exemplo frequentemente utilizado para ilustrar essa noção é a correspondência biunívoca entre cada animal de um rebanho e uma pedra (Boyer, 1992).

Embora o termo função ainda não fosse conhecido, já era colocado em prática quando as primeiras civilizações o utilizavam na resolução de problemas cotidianos. Dessa forma, ao relacionar objetos, realizar medições de terreno, controlar colheitas e construir edifícios, estabelecia-se uma relação de dependência entre valores, característica fundamental do conceito moderno de função (Eves, 2004).

Avançando na cronologia histórica, o século XVII marcou a formalização desse conceito. Durante dois anos, a Universidade de Cambridge, onde Newton trabalhava, foi forçada a fechar suas portas devido à peste bubônica. Foi nesse período de reclusão que ele desenvolveu ideias e notações posteriormente relacionadas ao conceito de função, embora tenha publicado seu trabalho

apenas em 1687 (Boyer, 1992).

Paralelamente, Gottfried Wilhelm Leibniz iniciou estudos independentes que o levaram a utilizar, em 1673, a palavra função para designar quantidades geométricas associadas a uma curva, como coordenadas e tangentes (Boyer, 1992). Contudo, o desenvolvimento paralelo gerou uma célebre disputa de prioridade entre os autores. Segundo Boyer (1992), embora ambos tenham chegado a sistemas funcionais de forma independente, a controvérsia sobre a invenção do cálculo infinitesimal marcou o século XVII.

Atualmente, a relevância desse conceito ultrapassa o rigor teórico. Ramos (2013) aponta que a ideia de dependência é intrínseca à linguagem comum, manifestando-se em situações nas quais “uma coisa está em função da outra”. De acordo com o autor, a função é um instrumento central para estabelecer regularidades em fenômenos científicos. Portanto, é inegável sua aplicabilidade em áreas distintas, como a física, a economia e a ciência da computação, consolidando-se como um pilar da ciência contemporânea.

2.2 O século XVII e a emergência do conceito

O conceito de função resulta de um processo histórico de elaboração, embora sua sistematização tenha se tornado mais nítida no século XVII. Nesse cenário de evolução, as contribuições individuais se mostraram decisivas para a transformação do pensamento geométrico estático em uma análise das variáveis.

Fermat, por exemplo, estudou maneiras de relacionar equações algébricas intermediárias simultaneamente, enquanto Descartes levou a geometria analítica ao conhecimento público ao estabelecer que propriedades de curvas poderiam ser investigadas por meio de suas representações algébricas (Eves, 2004). Essa conciliação de conceitos antes distintos possibilitou que as curvas passassem a ser vistas como expressões gráficas de operações numéricas.

Além disso, Isaac Barrow adotou uma abordagem dinâmica ao pensar nas grandezas geométricas sendo geradas por fluxos e pontos em movimento (Boyer, 1992). Esses estudos, somados a diversos outros, consolidaram a base teórica das funções.

Apesar das contribuições anteriores, o desenvolvimento do cálculo por Newton e Leibniz foi decisivo para a consolidação do estudo das relações entre variáveis; contudo, a introdução do termo função é atribuída a Leibniz (Sousa; Moura, 2019).

Segundo Boyer (1992), a transição para o final do século XVII tornou imprescindível a criação de uma notação teórica e aplicável ao conceito de derivada parcial. Isso ocorreu porque a análise de funções de múltiplas variáveis exige a particularização de uma variável por vez. No entanto, essa

busca por uma simbologia específica resultou em um período de instabilidade terminológica, no qual diferentes matemáticos adotavam símbolos idênticos para conceitos distintos, dificultando a padronização da linguagem matemática da época.

2.3 Leibniz, Newton e a constituição do conceito de função

De acordo com Eves (2004, p. 379), “o século XVII foi extremamente produtivo para o desenvolvimento da matemática, graças, em grande parte, às novas e vastas áreas de pesquisa que nela se abriram”. Nesse contexto, o desenvolvimento do cálculo se destacou. A invenção do cálculo foi atribuída a Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz, rompendo as limitações da matemática elementar e conduzindo-a a um patamar analítico superior (Eves, 2004).

Para Newton, as variáveis eram tratadas como quantidades fluentes, divididas em momentos que mudavam com o tempo (Boyer, 1992).

Mas, como se supõe o infinitamente pequeno para que possa representar momentos de quantidades, os termos que estão multiplicados por ele nada serão em relação ao resto. Portanto, descarto-os e resta: $xy + yx = 0$ (Boyer, 1992, p. 49).

Segundo Boyer (1992), o ingresso de Leibniz na matemática teve início em uma viagem diplomática a Paris, em 1672, na qual conheceu diversos matemáticos que despertaram seu interesse pelo estudo da ciência.

Leibniz contava que fora ao ler Pascal que percebeu subitamente que a tangente a (ou inclinação de) uma dada curva podia ser encontrada formando-se a razão entre as diferenças das ordenadas e das abscissas de dois pontos vizinhos da curva, conforme essas diferenças se tornassem cada vez menores. Notou ainda que a quadratura da (área sob) curva podia ser tomada como a soma das ordenadas ou de uma infinidade de retângulos estreitos. E, o que é mais significativo, observou que esses dois processos de “diferençar” e somar (isto é, diferenciar e integrar) eram inversos um do outro (Boyer, 1992, p. 50).

Segundo Boyer (1992) e Eves (2004), a descoberta do cálculo por Newton e Leibniz impulsionou a formalização do conceito de função como o conhecemos. Suas descobertas transcenderam décadas e continuam sendo utilizadas na contemporaneidade, rompendo os limites da matemática e sendo aplicadas em diversas ciências para solucionar problemas. A contribuição desses matemáticos para as ciências e para o desenvolvimento das funções consolidou seus nomes na história da matemática.

2.4 Desdobramentos posteriores e importância do conceito

As descobertas no cálculo e o desenvolvimento de métodos por Leibniz e Newton foram precursores para refinamentos posteriores do termo, visto que, a partir da consolidação da análise matemática, novas pesquisas emergiram entre os séculos XVII e XIX, desvinculando gradativamente a função das curvas geométricas e conferindo-lhe autonomia algébrica e lógica (Boyer, 1992).

No início do século XVIII, o termo função começou a ser empregado de forma estritamente analítica a partir dos trabalhos de Johann Bernoulli, que, em 1718, definiu função de uma magnitude variável como uma quantidade composta, de qualquer forma, por essa magnitude variável e por constantes. Essa perspectiva foi ampliada por Leonhard Euler, discípulo de Bernoulli.

Em sua obra *Introductio in analysin infinitorum*, de 1748, Euler colocou o conceito de função como eixo central de toda a análise matemática, definindo-o formalmente como uma expressão analítica composta de maneira arbitrária por uma quantidade variável e por números ou constantes (Eves, 2004). Foi também por meio de Euler que se popularizou a notação clássica $f(x)$, que persiste na linguagem matemática contemporânea.

Contudo, a exigência de que uma função devesse ser obrigatoriamente representada por uma única expressão analítica gerou impasses teóricos significativos no século XVIII, especialmente nos debates envolvendo Euler, d'Alembert e Daniel Bernoulli acerca do problema físico da corda vibrante (Boyer, 1992).

Como destaca Boyer (1992), esses debates evidenciaram a necessidade de aceitar funções cujos comportamentos gráficos apresentavam descontinuidades ou que não podiam ser traduzidas por uma única equação algébrica. Essa necessidade de maior rigor e abrangência lógica culminou, no século XIX, na formulação proposta por Peter Gustav Lejeune Dirichlet em 1837.

Dirichlet propôs um desprendimento total das fórmulas algébricas e dos desenhos geométricos ao formular uma definição baseada estritamente na noção de correspondência arbitrária: se a cada elemento x de um intervalo corresponde um único valor finito y , então y é uma função de x (Eves, 2004). Para legitimar seu argumento, Dirichlet formulou sua famosa função descontínua, que assume valor 1 se x for um número racional e 0 se for irracional, um constructo puramente lógico e impossível de ser esboçado geometricamente.

Posteriormente, com o advento da Teoria dos Conjuntos, no final do século XIX, por Georg Cantor, o conceito de função alcançou seu ápice de abstração modernizada, passando a ser compreendido de maneira universal como uma relação de correspondência bem definida entre dois

conjuntos quaisquer (Boyer, 1992).

Na contemporaneidade, a importância do conceito de função transcende o rigor teórico puramente matemático. Como sinaliza Ramos (2013), a ideia de dependência e de inter-relação de variáveis é intrínseca à própria linguagem comum, manifestando-se cotidianamente em contextos em que determinadas grandezas flutuam ou se determinam em função de outras.

Dessa forma, a função consolidou-se como instrumento central para o estabelecimento de regularidades e modelagens em fenômenos científicos de diversas naturezas. A aplicabilidade prática e a flexibilidade desse conceito fazem dele um pilar indispensável para o desenvolvimento de ramos modernos do saber, atuando na descrição de leis na física, no cálculo de previsões na economia e na estruturação de algoritmos na ciência da computação (Ramos, 2013).

3. MATERIAIS E MÉTODOS

O presente ensaio teórico configura-se como uma pesquisa de natureza qualitativa e de caráter bibliográfico, cuja abordagem centra-se na análise histórico-conceitual. O trabalho tem suas referências em obras como Boyer, Eves, Garbi e outros autores que discutem a evolução histórica de conceitos matemáticos, principalmente no que se refere ao estudo da noção de função.

O critério para a seleção das fontes priorizou obras consagradas da historiografia da matemática, tais como Boyer (1992) e Eves (2004), além de artigos acadêmicos relevantes que discutem a evolução do objeto de estudo. Essa seleção teve como finalidade mapear e compreender os diferentes momentos de transição do conceito de função.

A análise será desenvolvida a partir de autores específicos, considerando a amplitude e a complexidade do tema, que abrange diferentes abordagens teóricas ao longo do tempo. Assim, foram selecionados autores cujas contribuições são significativas para a construção da análise proposta.

4. RESULTADOS ESPERADOS

Com a realização desta pesquisa, espera-se oferecer uma visão integrada e epistemológica sobre a evolução do conceito de função, evidenciando que sua construção ocorreu por um processo dinâmico, histórico e multifacetado. Pretende-se, a partir da análise das rupturas e complementaridades teóricas, especialmente entre as abordagens de Newton e Leibniz, fornecer um material de consulta que auxilie na compreensão das dificuldades históricas que muitas vezes se refletem no ensino contemporâneo desse conceito.

Ademais, o estudo visa contribuir para a literatura da Educação Matemática, demonstrando como a transição de uma visão puramente geométrica para uma lei de correspondência abstrata,

consolidada por Euler e Dirichlet, pode fundamentar novas propostas pedagógicas. Espera-se, por fim, desmistificar a visão da matemática como um conjunto de regras estáticas, estimulando uma postura reflexiva em estudantes e docentes ao apresentar a disciplina como uma ciência viva, cujos conceitos são frutos de necessidades práticas e debates filosóficos ao longo dos séculos.

Também se espera alcançar uma compreensão aprofundada de que o conceito de função não surgiu de maneira abrupta, mas foi construído gradualmente ao longo da história da matemática. Busca-se evidenciar que as primeiras noções de dependência surgiram de modo intuitivo em civilizações antigas, como resposta a problemas práticos cotidianos, como o controle de rebanhos, servindo de ponto de partida para o desenvolvimento de estruturas conceituais mais complexas.

Por fim, o estudo visa constatar que o refinamento do conceito continuou nos séculos XVIII e XIX com os trabalhos de matemáticos como Euler e Dirichlet. Espera-se mostrar que essas contribuições foram decisivas para desvincular a função de sua dependência estrita das curvas geométricas, transformando-a em uma lei de correspondência abstrata entre conjuntos. Dessa forma, os resultados teóricos deverão revelar a matemática como uma ciência dinâmica e em constante evolução, distante de visões que a reduzem a um conjunto de regras estáticas.

5. CONCLUSÃO PREVISTA

A elaboração deste ensaio teórico tem como meta evidenciar que o estudo do desenvolvimento histórico da matemática transforma a percepção que se tem sobre os conceitos atuais. A intenção é demonstrar, por meio da investigação acerca da trajetória do conceito de função, que a formulação de teorias matemáticas está intrinsecamente ligada à necessidade de oferecer respostas a problemas e crises científicas de cada época.

Do ponto de vista pedagógico, espera-se que esta pesquisa fomente reflexões relevantes para o ensino da matemática. Partindo do pressuposto de que o conceito de função é frequentemente introduzido no ambiente escolar de maneira mecânica, priorizando a memorização de fórmulas e a manipulação de gráficos sem a devida compreensão das relações de dependência, compreender esse percurso histórico deverá oferecer subsídios para humanizar o ensino, tornando-o mais significativo e contextualizado.

Apesar das contribuições almejadas, antecipam-se limitações neste estudo, sobretudo em decorrência do recorte bibliográfico focado em autores específicos, o que impedirá a abordagem detalhada de outros estudiosos da história da matemática. Como recomendação e desdobramento previsto, sugere-se a possibilidade de transpor essa discussão histórica para a prática pedagógica no futuro, mediante a elaboração de propostas didáticas que utilizem a história das funções como

ferramenta facilitadora no processo de ensino e aprendizagem na educação básica e superior.

REFERÊNCIAS

BOYER, Carl B. **Tópicos de História da Matemática: Cálculo**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992. v. 6.

BUENO, Rafael Winícius da Silva. **A construção histórica do conceito de integral**. Ponta Grossa, PR: Atena, 2021.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.

RAMOS, Maria Aparecida Roseane. O conceito de função: de Leibniz a Riemann. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 10., 2013, Campinas. **Anais X Seminário Nacional de História da Matemática**. Campinas: UNICAMP/CLE, 2013. p. 1-8.

SOUSA, Maria do Carmo de; MOURA, Manoel Oriosvaldo de. Estudo das historiografias de Paul Karlson, Konstantin Ríbnikov, Howard Eves e Bento de Jesus Caraça: diferentes modos de ver e conceber o conceito de função. *Ciência & Educação*, Bauru, v. **25**, n. 4, p. 1081-1099, out./dez. 2019. <https://doi.org/10.1590/1516-731320190040015>.