Revista Prática Docente (RPD)
ISSN: 2526-2149

O ENSINO DE FRAÇÃO POR MEIO DO TANGRAM: UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA

THE TEACHING OF FRACTION THROUGH TANGRAM: A PROPOSAL OF DIDACTIC SEQUENCE

DOI: http://dx.doi.org/10.23926/RPD.2526-2149.2018.v3.n1.p91-106.id163

Letícia Silva Cardoso
Mestranda em Educação (UFT)
Professora da Escola Estadual Beira Rio (SEDUC-TO)
leticiasc_mat@hotmail.com

Dailson Evangelista Costa
Doutorando em Educação em Ciências e Matemática (REAMEC)
Professor da Universidade Federal do Tocantins (UFT)
dailson_mat@hotmail.com

Mônica Suelen Ferreira de Moraes
Doutoranda em Educação em Ciências e Matemática (REAMEC)
Professora da Universidade Federal do Tocantins (UFT)
dailson_mat@hotmail.com

Resumo: O presente trabalho tem como objetivo propor uma sequência didática para o ensino de Frações no 6º ano do Ensino Fundamental utilizando como material didático concreto e manipulável o Tangram. Para tanto, definimos, assim, a pergunta de pesquisa: De que maneira o professor pode construir uma sequência didática para o ensino de Fração no 6º ano do Ensino Fundamental por meio do material didático Tangram? A construção da sequência didática foi iniciada na disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática (LEM II), no curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal do Tocantins, no Câmpus de Arraias, para ser desenvolvida nas turmas do 6º ano do ensino fundamental e com ênfase nos conteúdos de frações. Escolhemos como material didático concreto e manipulável o Tangram. Acreditamos que o uso da sequência didática com o auxílio deste recurso didático tornará as aulas diversificadas, motivadoras e despertará o interesse dos alunos pela matemática e, consequentemente, os mesmos terão melhores rendimentos nos conteúdos ministrados.
Palavras-chave: Sequência didática; Ensino de matemática; Tangram; Fração.

Abstract: The present work aims to present a didactic sequence as a proposal to teach fractions in the 6th year of elementary school using Tangram as a concrete and manipulable material. Therefore, we define the research question: How can the teacher construct a didactic sequence for the teaching of Fraction in the 6th year of Elementary School through the Tangram didactic material? The construction of the didactic sequence was started in the Mathematics Teaching Laboratory (LEM II), in the Mathematics Degree course, at the Universidade Federal do Tocantins, at Campus de Arraias, to be developed in the 6th year of elementary school and with emphasis on the contents of fractions. We chose Tangram as concrete and manipulative material. We believe that the use of the didactic sequence with the aid of this didactic resource will make the classes diversified, motivating and will arouse students' interest in mathematics and, consequently, they will have better yields in the content taught.
Keywords: Didactic sequence; Mathematics teaching; Tangram; Fractions.

1 INTRODUÇÃO

Esta pesquisa é consequência de uma inquietação que nos ocorreu durante a realização da disciplina intitulada Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) II do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal do Tocantins (UFT), no Câmpus de Arraias. Um dos conteúdos estudados na disciplina enfatiza a importância dos materiais didáticos concretos e manipuláveis para o ensino da Matemática na Educação Básica. Com isso, no desenvolvimento da disciplina, construímos uma primeira sequência didática, enfatizando os conteúdos relativos às frações voltados para o 6° Ano do Ensino Fundamental, com base no material didático concreto e manipulável chamado Tangram.

Como os estudos e as atividades desenvolvidas foram considerados relevantes para a área de Educação Matemática e, principalmente, para as discussões a respeito do uso de materiais concretos e jogos no ensino de matemática, decidimos propor este artigo para que possamos promover uma divulgação, difusão e compartilhamento do que foi construído. O objetivo deste trabalho é de propor uma sequência didática para o ensino de Frações no 6º ano do Ensino Fundamental utilizando como material didático concreto e manipulável o Tangram.

A primeira parte do nosso trabalho apresentará uma compreensão sobre a Educação Matemática (EM) como área de conhecimento. Posteriormente, exploraremos algumas compreensões teóricas quanto ao que seja LEM e Material Didático (MD). Explicaremos o que entendemos por sequência didática e descreveremos, brevemente, o contexto histórico do Tangram. Por conseguinte, será apresentada a sequência didática construída. Esta sequência de atividades construídas com o objetivo de ensinar o conteúdo Fração possui um caráter de proposta a ser desenvolvida em sala de aula.

2 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Conforme Fiorentini e Lorenzato (2009) a EM[1] é uma área de conhecimento das ciências sociais ou humanas, que se preocupa em estudar o ensino e a aprendizagem da matemática e ela se caracteriza da seguinte forma:

> De modo geral, poderíamos dizer que a Educação matemática caracteriza-se como uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (a matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e/ou à apropriação/construção do saber matemático escolar (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 5).

[1] Educação Matemática.

Desta maneira a EM se dedica, em grande parte, em pesquisar novas estratégias e metodologias para ensinar e aprender matemática de maneira lúdica e sistematizada, ou seja, de modo que facilite o aprendizado. Mas para isso é preciso dominar o conteúdo específico (a matemática) e os processos pedagógicos.

Segundo Fiorentini (1989, p. 1): "Podemos conceber a EM como resultante das múltiplas relações que se estabelecem entre o específico e o pedagógico num contexto constituído de dimensões histórico-epistemológicas, psicocognitivas, histórico-culturais e sociopolíticas". Portanto, a EM possui múltiplas relações com o conhecimento específico (matemática) e o conhecimento pedagógico, envolvendo uma rica dimensão conforme relatado pelos autores. Assim, para que ocorra uma aprendizagem de maneira satisfatória é preciso associar a EM com essas áreas, pois conforme Fiorentini e Lorenzato (2009, p. 5), a "EM é uma área ampla, de inúmeros e complexos saberes, na qual apenas o conhecimento da matemática e a experiência do magistério não garantem competência a qualquer profissional que nela trabalhe". Para tanto, ter apenas o domínio da matemática e a experiência no magistério não garante competência ao profissional, é preciso relacionar a EM com todas essas áreas que já foram citadas para que assim ocorra o ensino e a aprendizagem.

Ponte (1999) caracteriza a EM como um campo misto onde se entrecruzam as lógicas profissionais e de investigação. Como campo de investigação seu papel é formular e analisar os problemas do ensino e da aprendizagem em Matemática proporcionando conceitos, estratégias e instrumentos que podem ser relevantes para quem atua no campo profissional, para administração educativa e para todos aqueles que se interessam pelo problema do ensino.

A EM é mais complexa do que aparenta, é uma confluência de múltiplos saberes, tais como os campos científicos Sociologia, Filosofia, Linguística, Epistemologia, Antropologia, Psicologia, Matemática e Pedagogia. A própria origem do campo EM, assim como a natureza do assunto e de seus problemas, evidencia e justifica sua interdisciplinaridade (STEINER, 1993). A EM, por um lado, pode desfrutar de muitas metodologias e perspectivas sobre um mesmo fenômeno, por outro, a diversidade conduz a uma identidade confusa e a uma autonomia questionável.

Segundo Mattos e Serrazina (1996, p. 19):

> A educação matemática deve contribuir para uma *cidadania responsável*, ajudando os alunos a tornarem-se indivíduos não dominados, mas, pelo contrário, independentes – no sentido de competentes, críticos, confiantes e criativos - nos aspectos essenciais em que a vida se relaciona com a Matemática.

E, para Mendes (2009, p. 23):

> A educação Matemática como área de estudos e pesquisas tem se constituído por um corpo de atividades essencialmente pluri e interdisciplinares dos mais diferentes tipos, cujas finalidades principais são: desenvolver, testar e divulgar métodos inovadores de ensino; elaborar e implementar mudanças curriculares, além de desenvolver e testar materiais de apoio para o ensino de matemática.

São nestas perspectivas que estamos considerando a EM e, para que estas finalidades sejam alcançadas, defendemos que existe um ambiente propício para o professor desenvolver suas práticas diferenciadas visando a melhor maneira de ensinar e que os alunos possam ter boas condições de aprender. Este ambiente chama-se Laboratório de Ensino de Matemática.

3 LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA (LEM)

Muitos educadores ressaltaram a importância dos MD para o ensino de matemática e para a aprendizagem dos alunos (FIORENTINI; MIORIM, 1990; GAVANSKI; LIMA, 2010; MENDES, 2009; NACARATO, 2005; LORENZATO, 2006). Estes materiais didáticos são elementos característicos e fazem parte de um LEM.

É importante e necessário que as escolas da Educação Básica possuam seus laboratórios de ensino, pois eles podem contribuir para a melhoria da qualidade do processo de ensino e aprendizagem. Segundo Lorenzato (2006, p. 7): "O LEM deve ser o centro da vida matemática da escola; mais que um depósito de materiais, sala de aula, biblioteca ou museu de matemática, o LEM é o lugar da escola onde os professores estão empenhados em tornar a matemática mais compreensível aos alunos".

Igualmente entendemos a importância do LEM nas escolas, pois, por um lado, é nele que os alunos podem estabelecer relações entre os conteúdos matemáticos de uma forma mais compreensível (para eles). Por outro, é no LEM que os professores fazem seus planejamentos pensando nas possíveis perguntas ou dúvidas dos alunos, é aonde eles pensam em desafios que explorem o saber do aluno na sala de aula. Nele, os professores buscam ensinar a partir do concreto para depois chegar ao abstrato (LORENZATO, 2006).

Com efeito, na concepção de Lorenzato (2006, p. 7), o LEM é:

> Uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, enfim, aprender e principalmente aprender a aprender.

Corroborando com esta concepção, para nós, o LEM é caracterizado como um ambiente de aprendizagem, no qual os professores fazem planejamentos, reflexões sobre sua prática, questionamentos, procuram novas metodologias para melhor conceber o ensino e aprendizagem de maneira diversificada, simples e de uma forma que desperte o interesse dos alunos. Além disso, é um espaço feito também para os alunos, pois, eles também devem utilizar para fazer acontecer o pensamento matemático, questionar, conjecturar, enfim, é um ambiente para aprender e principalmente aprender a aprender. Mas, além da escola possuir um espaço ambiente de aprendizado, ela também necessita de bons materiais didáticos. O tópico seguinte irá abordar a história do Tangram e seus aspectos como MD.

4 O MATERIAL DIDÁTICO TANGRAM

Segundo Souza et al (1997), o Tangram já era conhecido na China por volta do século VII a.C., como as "sete tábuas da habilidade". Para uns, o jogo é milenar, para outros, existia a pouco mais de 200 anos. Porém, há mistérios e histórias sobre sua origem.

Uma das histórias mais contadas, conforme Souza et al (1997), é a de que o monge Tai-Jin deu ao seu discípulo Lao-Tan uma placa quadrada de porcelana, um pote de tinta e um pincel, e disse que o tinha de percorrer o mundo e registrar na placa o que encontrasse de mais bonito. O discípulo emocionado deixou cair à placa que se despedaçou formando sete peças geométricas como as do jogo do Tangram.

Souza et al (1997) apresenta também outra versão, no qual um jovem chinês, ao despedir-se de seu mestre para uma grande viagem pelo mundo, recebeu um espelho de forma quadrada e ouviu:

- Com esse espelho você registrará tudo o que verá durante a viagem para mostrar-me de volta.

O discípulo surpreso indagou:

- Mas mestre, como, com um simples espelho, poderá eu lhe mostrar tudo o que encontrar durante a viagem?

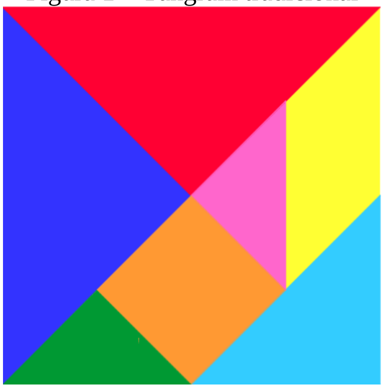
No momento em que dizia esta pergunta, o espelho caiu-lhe das mãos, quebrando-se em sete peças. Então o mestre disse:

- Agora, com estas sete peças, você poderá construir figuras para ilustrar o que verá durante a viagem.

E assim o jovem foi ilustrando as figuras que foi vendo e formou o Tangram. Com essa descoberta os chineses passaram o Tangram para todo o mundo e com isso ficou muito famoso.

O Tangram é um material concreto, utilizado pelos professores como facilitador do processo de ensino e aprendizagem. O seu uso eficaz como recurso didático possibilita mudar a rotina das aulas, atraindo a atenção dos alunos e fazendo com que os mesmos tenham um melhor rendimento no conteúdo ministrado. Segundo Govanski e Lima (2010), o uso de materiais concretos facilita a compreensão e o raciocínio através da manipulação, de forma que facilita a descoberta do próprio aluno de propriedades sobre o conteúdo em estudo. Ou seja, através do material manipulável o aluno consegue explorar seu próprio conhecimento, consegue aprender coisas novas, descobrir por si mesmo propriedades matemáticas, pois, o material manipulável, auxilia no raciocínio e na compreensão do conteúdo ensinado. Além de tudo o Tangram desenvolve uma percepção geométrica e criativa devido ser um recurso didático com peças geométricas. Com ele podemos ensinar frações, elementos da geometria espacial e plana, porcentagem, resolução de problemas e outros conteúdos afins.

Figura 1 – Tangram tradicional



Fonte: Produção nossa.

Para Lorenzato (2006, p. 18), “Material didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem. Portanto, MD pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um quebra-cabeça, um jogo, uma embalagem, entre outros”.

Deste modo, o professor precisa estar preparado para utilizar qualquer MD, tendo domínio do conteúdo a ser ensinado e do material, bem como ter sempre um objetivo definido. Conforme Lorenzato (2006, p. 18), o “MD não é garantia de um bom ensino, nem de uma aprendizagem significativa e não substitui o professor”. Portanto, para que o MD seja eficaz, o professor precisa dominar o conteúdo a ser ensinado e saber utilizar o recurso didático. Desta forma, o professor precisa fazer um bom planejamento, o que exige tempo.

5 O CONTEÚDO A SER ENSINADO: FRAÇÃO

Segundo Boyer (1993), as frações surgiram no Egito no ano de 3000 a.C., devido ao crescimento da sua agricultura. O Faraó Sesóstris decidiu dividir as terras às margens do Rio Nilo e para isso ele chamou os Geômetras, conhecidos como estiradores de corda, pois, demarcavam os lotes com as cordas que tinham um nó separado sempre pela mesma distância. Esticando a corda, contavam quantas distâncias entre os nós das cordas estavam contida no lote.

Mas como muitas vezes não resultava em um número inteiro, criaram-se os números fracionários.

As frações surgiram devido à necessidade de se trabalhar com números quebrados, ou seja, que não são inteiros. Conforme sua própria definição, fração é um número que pode ser representado na forma $\frac{a}{b}$, em que a e b são números inteiros, com b diferente de zero.

Através da nossa prática docente percebemos que os alunos têm muita dificuldade ao estudar frações. Segundo Bertoni (2008, p. 16), as frações são consideradas por muitos professores do ensino fundamental, como um conteúdo difícil de ser trabalhado.

Diante da grande dificuldade dos alunos aprenderem este conteúdo e dos professores em ensiná-lo, esperamos que a sequência didática com o auxílio do Tangram como material concreto manipulável auxilie tanto alunos quanto professores no ensino e aprendizado de frações, pois este MD permite que os alunos entendam o conceito de maneira concreta e palpável, corroborando com Lorenzato (2006) ao afirmar que para que o aluno entenda os conteúdos abstratos temos que partir do concreto. Além do mais, a utilização deste MD é viável devido a sua facilidade de produção em sala de aula, visto que é preciso apenas de folha de papel A4, tesoura e lápis colorido para sua construção.

6 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Dolz e Schneuwly (2004) defendem que as sequências didáticas são instrumentos que auxiliam o professor na condução das suas aulas e no planejamento de intervenções.

Na literatura em Educação Matemática, segundo nossas investigações, encontramos duas compreensões sobre o termo "sequência didática", na qual resumimos em: compreensão didática e compreensão pedagógica. Na compreensão didática, estamos entendendo-a do ponto de vista da Didática da Matemática.

Dessa forma, sequência didática na compreensão didática está definida como um meio pelo qual se desenvolve uma engenharia didática. Para Artigue (1990), engenharia didática é uma metodologia de pesquisa empregada na Didática da Matemática (escola francesa) desde os anos de 1980. A propósito, segundo Artigue (1988, p. 283):

> O trabalho didático assemelha-se ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto preciso apoia-se sobre conhecimentos científicos de seu domínio, aceita se submeter a um controle do tipo científico, mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre objetos bem mais complexos que os objetos depurados da ciência e se coloca, com todos os meios que dispõe, a estudar problemas que a ciência não quer ou ainda não pode resolver.

Para Douady (1993), a engenharia didática pode ser entendida como uma metodologia de pesquisa, sendo uma sequência de aulas concebidas, organizadas e articuladas no tempo, de forma coerente, por um professor-engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para certa população de alunos. Caracteriza-se por ser "um esquema experimental" baseado na "concepção, realização, observação e análise de sequências de ensino e sua validação é interna e baseada na confrontação entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori*". Sendo assim, o trabalho de elaboração, aplicação, avaliação e análise é de inteira responsabilidade do professor-pesquisador, chamado por Douady (1993) de "professor-engenheiro".

No que diz respeito à compreensão pedagógica sobre sequência didática, nos referimos à definição do pesquisador espanhol Zabala (1998, p. 18), na qual uma sequência didática é "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecido tanto pelo professor como pelos alunos".

Entendemos que sequência didática é um conjunto de assuntos relacionados entre si. Conforme Zabala (1998), esse detalhamento é feito da seguinte forma: o professor ao fazer o planejamento da sua aula utilizando um determinado MD, concreto, já pensa nas possíveis dúvidas ou perguntas que os alunos terão. Destarte, coloca essas perguntas na sua sequência para ser feita para toda a turma. Essas perguntas são feitas para extrair algum conhecimento acumulado do aluno com relação ao conteúdo ensinado, mas também se pode relacionar com outros conteúdos. Por exemplo, usando uma folha de papel retangular, segundo Mendes (2009), podemos sugerir as seguintes atividades (em forma de perguntas investigativas): Quais as medidas da folha de papel? Possui quantos cantos (ângulos)? Os cantos (ângulos) são iguais ou diferentes? Quais as medidas dos ângulos da folha de papel?

Assim, como já comentado, o professor extrai dos alunos conhecimentos relacionados a outros conteúdos, para então, chegar ao objetivo do conteúdo da sequência didática, planejada pelo professor, que é ensinar um determinado conteúdo.

7 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA CONSTRUÍDA

A sequência didática tem como enfoque o ensino de frações para o 6º ano do ensino fundamental, na perspectiva do laboratório de ensino de matemática utilizando o material didático Tangram. Como objetivo geral**,** esperamos que os alunos aprimorem seus conhecimentos relacionados à fração. E, como objetivos específicos, que eles possam: (1) Aprender a construir o Tangram; (2) Identificar e se familiarizar com as representações das figuras geométricas planas presentes no Tangram; (3) Identificar frações através das relações entre as figuras geométricas presentes no Tangram; (4) Formar figuras usando peças do Tangram; (5) Conhecer as formas fracionárias; (6) Reconhecer os termos e ler corretamente uma fração; (7) Compreender o conceito de fração como parte de um todo através do Tangram; (8) Conceituar, identificar e reconhecer frações equivalentes.

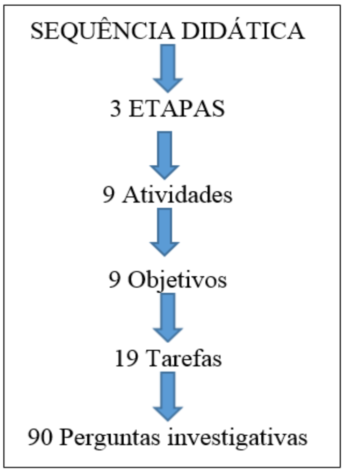
Assim, para que as ações descritas acima sejam possíveis, necessitaremos dos seguintes recursos didáticos: papel A4 (recomendamos um por aluno), tesoura, lápis colorido, régua, EVA e listas de exercícios. Para isso, segundo o nosso planejamento prévio, o tempo previsto está estimado em 4 a 5 aulas.

Apresentaremos, em seguida, as atividades da sequência. Antes disso, ilustramos e descrevemos como estruturamos nossa sequência didática.

Figura 2 – Estrutura geral de sequência didática

Fonte: Produção nossa.

Figura 3 – Estrutura da sequência didática construída



Fonte: Produção nossa.

Quadro 1 – Atividade da primeira etapa

PRIMEIRA ETAPA	
Atividade 1: uma breve lenda do Tangram[2] Objetivo: Despertar nos alunos a curiosidade e o interesse pelo contexto histórico dos conteúdos no qual irão estudar (frações). **Lenda sobre o Tangram** 1. O Tangram é um quebra-cabeça chinês antigo. O nome significa “sete tábuas de sabedoria”. 2. Ele é composto por sete peças chamadas de “tans”, que podem ser posicionadas de maneira a formar um *quadrado*, são cinco *triângulos* de vários tamanhos, um *quadrado* e um *paralelogramo.* 3. Além da figura do *quadrado*, diversas outras formas podem ser obtidas, sempre atento a duas regras: - Todas as peças devem ser usadas; - Não é permitido sobrepor às peças. 4. Como surgiu o Tangram?	5. O discípulo surpreso indagou: Mas mestre, como, com um simples espelho, poderá eu lhe mostrar tudo o que encontrar durante a viagem? 6. No momento em que dizia esta pergunta, o espelho caiu-lhe das mãos, quebrando-se em sete peças. Então o mestre disse: - Agora, com estas sete peças, você poderá construir figuras para ilustrar o que verá durante a viagem. 7. E assim o jovem foi ilustrando as figuras que foi vendo e formou o Tangram. Com essa descoberta os chineses passaram o Tangram para todo o mundo e com isso ficou muito famoso. **Tarefa 1 –** Com base na lenda apresentada, vamos responder as seguintes perguntas: **a)** No parágrafo 3 da lenda do Tangram, se diz que “além da figura do quadrado, diversas outras formas podem ser obtidas”. Quais são elas?

[2] Baseada em Souza et al (1997).

Diz à lenda que um jovem chinês, ao despedir-se de seu mestre para uma grande viagem pelo mundo, recebeu um espelho de forma quadrada e ouviu: - Com esse espelho você registrara tudo o que verá durante a viagem para mostrar-me de volta.	**b)** No parágrafo 6: Seria possível formar todas as figuras encontradas durante a viagem com as sete peças do Tangram?

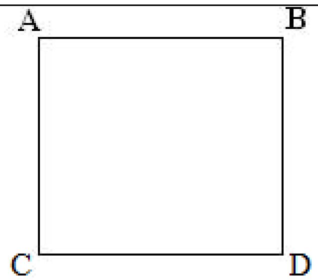
Fonte: Produção nossa.

Quadro 2 – Atividade 2

Atividade 2 - uma breve história sobre as frações[3] Objetivo: Ensinar por meio da História das Frações a sua importância no nosso cotidiano**.** **História das frações** *1. Por volta do ano 3.000 a.C., um antigo faraó de nome Sesóstris repartiu o solo do Egito às margens do rio Nilo entre seus habitantes. Se o rio levava qualquer parte do lote de um homem, o faraó mandava funcionários examinarem e determinarem por medida a extensão exata da perda.* *2. Estas palavras foram escritas pelo historiador grego Heródoto, há cerca de 2.300 anos.* *3. O rio Nilo atravessa uma vasta planície. Uma vez por ano, na época das cheias, as águas do Nilo sobem muitos metros acima de seu leito normal, inundando uma vasta região ao longo de suas margens. Quando as águas baixam, deixam descobertas uma estreita faixa de terras férteis, prontas para o cultivo.* *4. Desde a Antiguidade, as águas do Nilo fertilizam os campos, beneficiando a agricultura do Egito. Foi nas terras férteis do vale deste rio que se desenvolveu a civilização egípcia.* *5. Cada metro de terra era precioso e tinha de ser muito bem cuidado.* *6. Sesóstris repartiu estas terras entre uns poucos agricultores privilegiados.* *7. Todos os anos, durante o mês de junho, o nível das águas do Nilo começava a subir. Era o início da inundação, que durava até setembro.*	*8. Ao avançar sobre as margens, o rio derrubava as cercas de pedra que cada agricultor usava para marcar os limites do terreno de cada agricultor. Usavam cordas para fazer a medição.* *9. Havia uma unidade de medida assinada na própria corda. As pessoas encarregadas de medir esticavam a corda e verificavam quantas vezes aquela unidade de medida estava contida nos lados do terreno. Daí, serem conhecidas como estiradores de cordas.* *10. No entanto, por mais adequada que fosse a unidade de medida escolhida, dificilmente cabia um número inteiro de vezes nos lados do terreno. Foi por essa razão que os egípcios criaram um novo tipo de número: o número fracionário. Para representar os números fracionários, usavam frações.* **Tarefa 2 –** Com base na história, vamos responder as seguintes perguntas: **a)** De acordo com o parágrafo 5, “cada metro era precioso”, vocês sabem o que é um metro, ou quantos centímetros precisa para se formar um metro? **b)** De acordo com o parágrafo 9, como os estiradores de corda mediam os terrenos? **c)** De acordo com o parágrafo 10, o que é um número inteiro? **d**) Ainda de acordo com o parágrafo 10, o que é um número fracionário?

Fonte: Produção nossa.

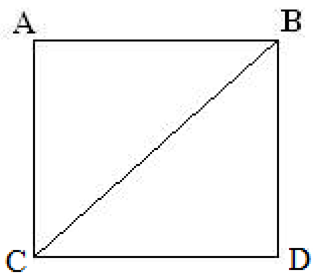
Quadro 3 – Atividade 3

SEGUNDA ETAPA	
Atividade 3: Construção do Tangram Objetivo: identificar as figuras geométricas e relacioná-las com as frações a partir da construção do Tangram. Nota: Iniciaremos a atividade entregando para cada um dos alunos uma folha de papel A4, tesoura, régua e lápis colorido; e, logo após iniciaremos a atividade juntamente com os alunos. **Tarefa 3 –** Agora, veja o passo a passo como funciona a construção do Tangram. Siga as instruções e responda as perguntas. 1º passo: Recorte o papel A4 em forma de um quadrado:	 **a)** Quais são as maneiras de fazer isso? **b)** Com a utilização de uma régua, meçam os lados da folha de papel A4. Quantos centímetros têm cada lado? **c)** Quantos centímetros têm a soma de todos os lados?

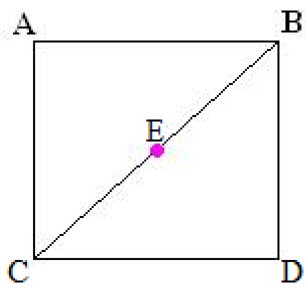
Fonte: Produção nossa.

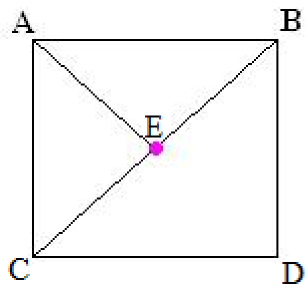
[3] Baseada em Boyer (1993).

Quadro 4 – Continuidade da Atividade 2

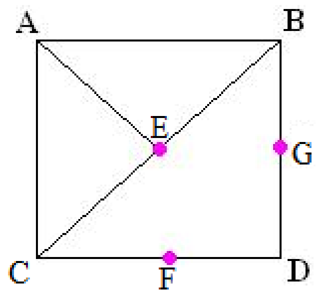
<table>
<tr>
<td>
2º Passo: Trace um segmento de reta que vai do vértice B ao vértice C, dividindo o quadrado em dois triângulos iguais.


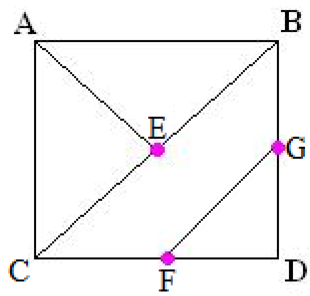
a) De acordo com o segundo passo, o que é um segmento de reta?
b) O que é um vértice?
c) Quais as propriedades de dois triângulos iguais? E como se chamam os triângulos quando são iguais?

3º Passo: Para encontrar o ponto médio do segmento de reta BC, pegue o vértice A e dobre até o segmento BC o ponto de encontro do vértice A e do segmento BC será o ponto médio de BC.


</td>
<td>
Agora trace um segmento de reta que vai do vértice A ao ponto D, formando três triângulos.


a) De acordo com o 3º passo, o que é um ponto médio?

4º passo: Dobre o vértice D até o ponto E assim formando dois pontos, um no segmento BD e outro no segmento CD.


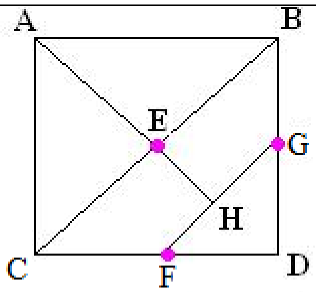
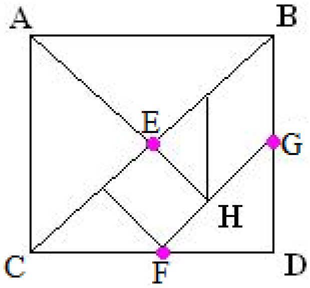
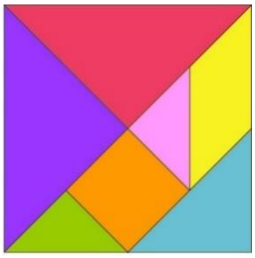
Agora trace um segmento de reta do ponto G o ponto F.


</td>
</tr>
</table>

Fonte: Produção nossa.

Quadro 5 – Finalização da Atividade 2

<table>
<tr>
<td>5º Passo: Trace uma reta perpendicular do ponto E ao segmento GF.</td>
<td>Nota: Assim, dizemos que um Tangram possui dois triângulos grandes, três triângulos menor, um paralelogramo e um quadrado. Veja essas figuras destacadas:</td>
</tr>
</table>

 De acordo com o 5º passo, responda o que é uma reta perpendicular. 6º Passo: Trace dois segmentos de reta paralelos ao segmento EH e outro ao lado AC.·.  De acordo com o 6º passo, o que é uma reta paralela?	 **Tarefa 4** – Recorte todas essas figuras geométricas e terão as sete peças do Tangram. Agora que você já sabe construir um Tangram, responda as seguintes perguntas: **a)** Dentre as peças do Tangram, quais possuem apenas um eixo de simetria? Mas antes, o que é um eixo de simetria? **b)** Há alguma peça do Tangram que não possui nenhum eixo de simetria? **c)** No conjunto das sete peças, existem quantos ângulos diferentes? Qual a medida de cada um deles? **d)** O que é um polígono? **e)** No conjunto de lados dos polígonos, correspondente ás sete peças, quantos comprimentos diferentes existem? **f)** Quais peças do Tangram representam figuras semelhantes? Que relação existe entre as medidas dessas figuras? **g)** Tomando um número qualquer, variando de 01 a 07, é sempre possível construir um quadrado com Tangram com esse número de peças? Por exemplo, com uma peça, com duas peças, com três peças.

Fonte: Produção nossa.

Quadro 6 – Atividade 4

TERCEIRA ETAPA[4]	
Atividade 4: Ensinar fração com o Tangram Objetivo: Relacionar as frações com as peças do Tangram **Tarefa 5 –** Sabemos que o Tangram é formado por sete peças. Destas temos dois triângulos grandes que chamaremos de (T1), um triângulo médio (T2), dois triângulos pequenos (T3), um paralelogramo (P) e um quadrado (Q). Ao considerar o quadrado formado pelas sete peças, como um inteiro, podemos estabelecer relações entre as peças do Tangram. Portanto, investigue as seguintes perguntas abaixo: **a)** Dois triângulos grandes (T1) representam que parte do inteiro (Tangram)? **b)** Um triângulo grande (T1) representa que parte do inteiro?	**c)** O triangulo médio (T2) representa que parte do triângulo grande (T1)? **d)** O triângulo médio (T2), representa que parte do inteiro? **e)** O triângulo pequeno (T3), representa que parte do triângulo médio (T2)? **f)** O quadrado (Q) representa que parte do inteiro. **g)** O paralelogramo (P) representa que parte do Tangram? **h)** Um triângulo pequeno (T3) equivale a que parte do inteiro? **i)** Quanto vale a soma de T2 com T3

Fonte: Produção nossa.

Quadro 7 – Atividade 5 e Atividade 6

Atividade 5: Ensinar frações com o Tangram	**Atividade 6: Significado parte-todo**
Objetivo: Relacionar as peças do Tangram umas com as outras.	Objetivo: Aprender o significado do conteúdo de frações parte-todo

[4] Algumas atividades foram tiradas da monografia da Mariana Thomé da Silva (2007) e ampliadas neste trabalho.

Tarefa 6 – Com o auxílio do Tangram, investigue as perguntas abaixo:
a) O triângulo pequeno (T3) representa que parte do quadrado?
b) O quadrado (Q) representa que parte do paralelogramo (P)?
c) O triângulo médio (T2) representa que parte do triângulo grande (T1)?
d) Um triângulo pequeno (T3) equivale a que parte do triângulo médio (T2)?
e) Um triângulo pequeno (T3) equivale a que parte do triângulo grande (T1)?
f) O paralelogramo (P) representa que parte do triângulo médio (T2)?
g) Um triângulo grande (T1) equivale a que parte do triângulo médio (T2)?
h) O quadrado (Q) representa que parte do triângulo grande (T1)?
i) Dois triângulos (T3) correspondem a que parte do inteiro?

Tarefa 7 – Sabendo que o Tangram corresponde a um inteiro (todo) formado com sete peças, sendo dois triângulos grandes, dois triângulos pequenos, um triângulo médio, um quadrado e um paralelogramo, investigue as seguintes perguntas:
a) Quantos triângulos pequenos são necessários para recobrir o triângulo médio?
b) Quantos triângulos pequenos são necessários para recobrir o paralelogramo?
c) Quantos triângulos pequenos são necessários para recobrir o quadrado?
d) E quantos triângulos pequenos são necessários para recobrir cada triângulo grande?
E quantos triângulos pequenos são necessários para recobrir todo o inteiro?

Fonte: Produção nossa.

Quadro 8 – Tarefa 8 e Tarefa 9

Tarefa 08 – Escreva a fração que corresponde aos triângulos pequenos, médio e grande do Tangram, levando em conta a relação triângulos pequenos.

Tarefa 9 – Considere dois triângulos grandes como um inteiro. Quantos triângulos médios são necessários para recobrir o inteiro considerado? E escreva a fração que corresponde ao triângulo médio do Tangram.
Nota: Nesta segunda situação o aluno recobrirá os triângulos grandes com quatro triângulos médios e verá que a peça corresponde à $\frac{1}{4}$ do todo.

Fonte: Produção nossa.

Quadro 9 – Tarefa 10 e Atividade 7

Tarefa 10 – Considere o Tangram um inteiro (todo) formado com sete peças: dois triângulos grandes, dois triângulos pequenos, um triângulo médio, um quadrado e um paralelogramo. Saiba que: (1º) O triângulo grande é o quádruplo do triângulo pequeno; (2º) O quadrado, o paralelogramo e o triângulo médio são o dobro do triângulo pequeno. Analise e escreva a fração que corresponde à situação apresentada:

Situação	Fração que representa a situação
Um triângulo pequeno está para um paralelogramo.	
Dois triângulos médios estão para um triângulo pequeno.	
Um quadrado está para um triângulo pequeno.	
Um triângulo pequeno está para dois quadrados.	
Um quadrado e um triângulo pequeno estão	

Atividade 7: Significado Quociente
Objetivo: Ensinar o significado quociente do conteúdo de frações com o auxílio do Tangram.
Tarefa 11 – Considere o Tangram formado com sete peças: dois triângulos grandes, dois triângulos pequenos, um triângulo médio, um quadrado e um paralelogramo. Represente na forma fracionária à situação dada.
a) Um triângulo grande é dividido em triângulos pequenos.
b) Um triângulo médio é dividido em triângulos pequenos.
c) Um quadrado é dividido em triângulos pequenos.
d) Um paralelogramo é divido em triângulos pequenos.
e) Dois triângulos grandes são divididos em triângulos médios.
f) Um Tangram é dividido em triângulos pequenos.

para um triângulo grande. **Nota:** No exemplo, um triângulo pequeno está para um paralelogramo, o aluno manipulará dois triângulos pequenos e recobrirá um paralelogramo, representando na forma de fração uma comparação entre quantidades de grandeza discreta.	

Fonte: Produção nossa.

Quadro 10 – Atividade 8

Atividade 8: Conceito de equivalência Objetivo: Trabalhar o conceito de equivalência utilizando o Tangram. **Tarefa 12 –** Para cada unidade considerada (todo), junte as peças referentes sem as sobrepor e analise a quantidade de peça pedida correspondente a cada fração. **a)** Junte dois triângulos grandes formando um quadrado, considere este quadrado como uma unidade (todo). Com o outro quadrado, uma das peças do Tangram, responda: quantos desses quadrados são necessários para representar as frações abaixo? $\frac{1}{2}$ (metade) e $\frac{2}{4}$? **b)** E para representar o todo?	**c)** Junte dois triângulos grandes, o triângulo médio e dois triângulos pequenos formando um retângulo considere este retângulo como uma unidade (todo). Com o triângulo pequeno, uma das peças do Tangram, responda: quantos triângulos pequenos são necessários para representar as frações abaixo? 1.$\frac{2}{12}$e$\frac{1}{6}$? 2.$\frac{4}{12}$e$\frac{1}{3}$? 3.$\frac{3}{12}$e$\frac{1}{4}$? 4.$\frac{6}{12}$e$\frac{1}{2}$? 5.$\frac{8}{12}$e$\frac{2}{3}$? **d)** Junte todas as peças do Tangram formando um quadrado, considere este quadrado como uma unidade (todo). Com o triângulo pequeno responda: quantos triângulos pequenos são necessários para representar as seguintes frações? 1.$\frac{1}{2}$e$\frac{2}{4}$? 2.$\frac{4}{8}$e$\frac{8}{16}$? 3.$\frac{4}{16}$e$\frac{1}{4}$? 4.$\frac{1}{8}$e$\frac{2}{16}$?

Fonte: Produção nossa.

Quadro 11 – Notas 1, 2 e 3 da Atividade 8

Nota 01: No primeiro item, a unidade considerada (todo) é composta por dois triângulos grandes, com isto o aluno irá sobrepor o quadrado, uma das peças do Tangram, na figura formada. A fração $\frac{1}{2}$ (um meio) pode ser também interpretada como metade da figura, que são dois quadrados. Para a resolução desta situação, o aluno deverá saber estruturar a situação apresentada, para $\frac{2}{4}$ ele terá de dividir em quatro partes iguais, ou seja, quatro quadrados e considerar dessas partes apenas duas. Concluindo assim que $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ são iguais a dois quadrados, ou seja, são equivalentes. Para o todo ele perceberá que serão necessários quatro quadrados. **Nota 02:** A construção de procedimentos para a resolução será necessária nos seguintes itens, pois apenas recobrir o todo com as peças pedidas não será o suficiente para se chegar à resposta. Cabe também ressaltar que há mais de uma forma para resolvê-los e isso dependerá da capacidade de visualização do aluno.	No item b, o aluno terá de fazer uso do conceito de fração no seu significado parte-todo, manipulando o triângulo pequeno e também relembrando que o triângulo grande é o quádruplo do pequeno, e o triângulo médio é o dobro do pequeno, totalizando em doze triângulos pequenos. Para $\frac{2}{12}$, basta considerar dois triângulos pequenos e terá a representação concreta da fração. Ao tentar resolver $\frac{1}{6}$, o aluno poderá se reportar ao significado parte-todo ou também visualizar seis partes idênticas, com estes procedimentos o aluno chegará à conclusão da equivalência entre as frações $\frac{2}{12}$ e $\frac{1}{6}$. Com esse mesmo raciocínio ele conseguirá responder as outras questões. **Nota 03:** Após a estas simulações e conforme os questionamentos que vão sendo proposto, o algoritmo de transformar as frações dadas em outras equivalentes pode ser introduzido. Assim, os algoritmos passam a ser compreendidos pelos alunos, pois exploraram com o uso do material concreto, situações que favoreceram a construção de conhecimentos.

Fonte: Produção nossa.

Quadro 12 – Atividade 9

Atividade 9: trabalhar as quatro operações matemática envolvendo o conceito de fração	**Tarefa 14** – Atividade envolvendo a operação de subtração de fração investigue cada operação.

Objetivo: Trabalhar a soma e a subtração de frações com o auxílio do Tangram **Tarefa 13 –** Sabendo que o Tangram é formado por sete peças, nas quais temos: dois triângulos grandes que chamaremos de (T1), um triângulo médio (T2), dois triângulos pequenos (T3), um paralelogramo (P) e um quadrado (Q). Investigue as perguntas abaixo: **a)** Quanto vale a soma de T2 com T3 em relação ao inteiro? **b)** Quanto vale a soma de T2 com Q? **c)** Quanto vale a soma de 2T3 com 2T1? **d)** Quanto vale a soma de 2T3 com P?	Objetivo: Trabalhar o conceito de subtração de frações envolvendo o Tangram **a)** Quanto vale a subtração de T1 – T3? **b)** E a subtração de 2T1-2T3? **c)** E a subtração de 2T3-T2 **d)** E a subtração de 3T1- T2? **Tarefa 15** – atividade envolvendo o conceito de multiplicação. Investigue e escreva a fração que corresponde à situação apresentada. Objetivo: Lidar com o conceito de multiplicação de frações envolvendo o Tangram. **a)** Quanto vale a multiplicação de Q com P, em relação ao inteiro? **b)** E a multiplicação de 2T1 por 2T3? Em relação ao inteiro? **c)** E a multiplicação de 2T3 por T2? Em relação ao inteiro? E a multiplicação de T2 por P? Em relação ao inteiro?

Fonte: Produção nossa.

Quadro 13 – Tarefa 16 e Tarefa 17

Tarefa 16 – Investigue cada operação envolvendo o conceito de divisão de frações. Sabendo que o Tangram é formado por sete peças, nas quais temos: dois triângulos grandes que chamaremos de (T1), um triângulo médio (T2), dois triângulos pequenos (T3), um paralelogramo (P) e um quadrado (Q). Considere o quadrado formado pelas sete peças como o todo. Objetivo: Trabalhar o conceito de divisão de frações **a)** Qual é a divisão de dois (T1) por dois (T3)? **b)** Qual é a divisão de dois (T1) por (T3)? **c)** Qual é a divisão de (P) por (Q)? **d)** E a divisão de (T2) por (T3)? **e)** E a divisão de (T2) por (Q)? **f)** E a divisão de (P) por (T3)? **g)** E a divisão de P, Q, T2, por (T1)? **h)** E a divisão de 2T1 por P, Q, T2 e 2T3?	**Tarefa 17 –** Investigue cada operação envolvendo o conceito de fração imprópria. Sabendo que o Tangram é formado por sete peças, nas quais temos: dois triângulos grandes que chamaremos de (T1), um triângulo médio (T2), dois triângulos pequenos (T3), um paralelogramo (P) e um quadrado (Q). Considere o quadrado formado pelas sete peças como o todo. Objetivo: Trabalhar o conceito de fração imprópria. **a)** Um triângulo grande (T1) equivale a que parte do triângulo médio (T2)? **b)** Um triângulo grande (T1), equivale a que parte do paralelogramo? **c)** Um paralelogramo (P) equivale a que parte de um triângulo pequeno (T3)? **d)** Um triângulo grande (T1) equivale a que parte de um quadrado (Q)?

Fonte: Produção nossa.

Quadro 14 – Tarefa 18 e Tarefa 19

Tarefa 18 – Investigue cada operação envolvendo o conceito de fração mista. Sabendo que o Tangram é formado por sete peças, nas quais temos: dois triângulos grandes que chamaremos de (T1), um triângulo médio (T2), dois triângulos pequenos (T3), um paralelogramo (P) e um quadrado (Q). Considere o quadrado formado pelas sete peças. Objetivo: Trabalhar o conceito de fração mista **a)** Um triângulo grande (T1) e um triângulo pequeno (T3) equivalem a que parte do quadrado (Q)? **b)** Quatro triângulos grandes (T1) e um paralelogramo (P) equivalem a que parte do todo? **c)** O triângulo médio (T2), um triângulo pequeno (T3) e um triângulo grande (T1), equivalem a que parte do paralelogramo?	**d)** Um quadrado (Q), um triângulo médio (T2) e um triângulo pequeno (T3) equivalem a que parte do Quadrado (Q)? **e)** Cinco quadrados e quatro triângulos médios equivalem a que parte do todo? **Tarefa 19 –** Investigue cada operação envolvendo o conceito de inverso multiplicativo. Objetivo: Trabalhar o conceito de inverso multiplicativo. **a)** Um paralelogramo (P) (x) um quadrado (Q) equivalem a que parte do triângulo médio (T2)? Um triângulo médio (T2) (x) um quadrado (Q) equivale a que parte do triângulo pequeno (T1)?

Fonte: Produção nossa.

8 CONSIDERAÇÕES E DESDOBRAMENTOS

Pretendemos, com esse trabalho, que teve como objetivo propor uma sequência didática para o ensino de Frações no 6º ano do Ensino Fundamental utilizando como material didático concreto e manipulável o Tangram, promover o melhoramento do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, principalmente no que diz respeito à compreensão de Fração. Além disso, temos como propósito que este tipo de encaminhamento seja uma alternativa para o ensino de matemática e que pode ser um forte instrumento a ser utilizado tanto na formação inicial quanto na formação continuada de professores que ensinam matemática.

Diante da grande dificuldade de os alunos aprenderem Frações, esperamos que a escolha do Tangram como material concreto auxilie os estudantes no processo de aprendizagem deste conteúdo, pois compreendemos que este material facilitará o entendimento de frações de maneira concreta e palpável, pois conforme Lorenzato (2006), para que o aluno entenda os conteúdos abstratos temos que partir do concreto.

Desejamos que seja dado aos materiais concretos o seu devido valor e importância durante as aulas de Matemática, para que as tornem atrativas, contribuindo com a qualidade do ensino e aprendizagem, e o auxílio na construção e compreensão de conteúdos matemáticos, bem como na motivação dos alunos, incentivando o gosto pela matemática.

Em relação à sequência didática construída, esperamos que ela seja desenvolvida com o objetivo de envolver o conhecimento prévio do aluno, que o professor tenha bem definido suas pretensões do que quer ensinar. Esperamos também que o professor faça seu planejamento adequado e construa outras atividades envolvendo outros conteúdos matemáticos, tornando, assim, uma alternativa para melhorar a sua prática, pois acreditamos que as sequências didáticas, estando bem planejadas, podem colaborar com o ensino e aprendizagem de matemática, bem como promover uma reflexão por parte do professor.

9 REFERÊNCIAS

ARTIGUE, Michelle. Engenharia didática. *In:* BRUN, Jean (Org). **Didática da Matemática.** Trad. Maria José Figueiredo, Delachaux et Niestlé, 1988.

ARTIGUE, Michelle. Ingénierie didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, vol. 9, nº 3, pp. 281-307. La Pensée Sauvage, 1990.

BERTONI, Nilza Eigenheer. A construção do conhecimento sobre número fracionário. **Bolema**. Rio Claro-SP, Ano 21, n. 31, 2008.

BOYER, Carl B. **História da matemática.** Tradução Elza F. Gamide. 10. Reimp. São Paulo: Edgard Blücher, 1993.

DOLZ, Joaquim; SCHNEUWLY, Bernard. Gêneros e progressão em expressão oral e escrita – elementos para reflexões sobre uma experiência suíça (francófona). *In:* ROJO, Roxana; CORDEIRO, Glaís Sales (Orgs.). **Gêneros orais e escritos na escola**. Campinas-SP: mercado de Letras, 2004.

DOUADY, Regine. A universidade e a didática da matemática. **Caderno da RPM**, v. 1, n. 1, 1993.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio**. Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 3º ed. Campinas, SP: Editora Autores Associados, 2009.

FIORENTINI, Dario. Tendências temáticas e metodológicas da pesquisa em educação matemática no Brasil. **I Encontro Paulista de Educação Matemática**, São Paulo, 1989.

FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Angela. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática. **Boletim da SBEM-SP**, n. 7, de julho-agosto de 1990.

GAVANSKI, D.; LIMA, R. V. de. Materiais concretos no ensino e na aprendizagem da matemática: reflexões e proposições. *In*: BURAK, D.; PACHECO, E. R; KLÜBER, T. E. **Educação matemática:** Reflexões e ações. 1 ed. Curitiba-PR: Editora CRV, 2010.

LORENZATO, Sergio. (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

MATOS, José Manuel; SERRAZINA, Maria de Lurdes. **Didáctica da matemática**. Lisboa, Universidade Aberta, 1996.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula:** tecendo redes cognitivas na aprendizagem. 02 ed. São Paulo, SP: Editora Livraria da Física, 2009.

NACARATO, Adair Mendes. A escola como lócus de formação e de aprendizagem: possibilidades e riscos da colaboração. *In:* FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair Mendes (Org.). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática:** investigando e teorizando a partir de prática. São Paulo: Musa Editora, 2005.

PONTE, J. P. **Investigação em educação matemática**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1999.

SILVA, Mariana Thomé da. **Tangram e geoplano:** uma abordagem didática. Monografia (Licenciatura em Matemática). Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Florianópolis, 2007.

SOUZA, Eliane R. de; DINIZ, Maria Ignez de S. V.; PAULO, Rosa M.; OCHI, Fusako H. **A matemática das sete peças do Tangram**. Vol 7. São Paulo, IME-USP, 1997. (Coleção ensino fundamental).

ZABALA, Antoni. **A prática educativa.** Trad. Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

Submetido em: 11 de março de 2018.

Aprovado em: 30 de maio de 2018.