

Teoria dos Registros de Representação Semiótica: uma investigação em Geometria acerca de produções científicas brasileiras

Theory of Semiotic Representation Records: an investigation in
Geometry about Brazilian scientific productions

Teoría de los Registros de Representación Semiótica:
una investigación en Geometría sobre las producciones científicas
brasileñas

Regiane Ferreira da Silva Santos¹ Eberson Paulo Trevisan²
Elizabeth Quirino de Azevedo³ Roseli Adriana Blümke Feistel⁴

Resumo

A presente pesquisa teve por objetivo investigar publicações acadêmicas que abordam a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval para o ensino e aprendizagem de Geometria. Usamos a metodologia de revisão bibliográfica, considerando a busca por publicações realizadas entre janeiro de 2016 a junho de 2023. Por compor um dos cinco eixos temáticos da área de Matemática na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a Geometria deve ser ensinada durante as diferentes fases de escolarização. Assim, destacamos os níveis de abrangência contemplados nas pesquisas, os objetivos propostos pelos pesquisadores, e como os elementos da TRRS foram evidenciados e utilizados nos estudos. Os resultados das pesquisas apresentaram que a TRRS de Raymond Duval é abordada em maior parte no Ensino Médio. Nas publicações, os pesquisadores afirmam a importância dos elementos da TRRS como favorecedores para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Palavras-chave: Ensino e Aprendizagem. Geometria. Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Abstract

The present research aimed to investigate academic publications that address Raymond Duval's Theory of Registers of Semiotic Representation (TRRS), for the teaching and learning of Geometry. We used the bibliographic review methodology, considering the search for publications carried out between January 2016 and June 2023. As it makes up one of the five thematic axes of the Mathematics area in the National Common Curricular Base (BNCC), Geometry must be taught during the different schooling phases. Thus, we highlight the levels of coverage covered in the research, the objectives proposed by the researchers, and how the elements of the TRRS were highlighted and used in the studies. The research results showed that Raymond Duval's TRRS is mostly addressed in high school. In the publications, the researchers affirm the importance of the TRRS elements as favoring the development of geometric thinking.

Keywords: Teaching and learning. Geometry. Theory of Semiotic Representation Registers.

1 Mestranda em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática (PPGECM/UFMT). Especialista em Educação Infantil, Fundamental e Gestão Educacional (FSP/RO). Professora da Educação Básica na Escola Estadual Luiza Nunes Bezerra (EELNB/SEDUC/MT). E-mail: regianef37@gmail.com

2 Doutor em Educação em Ciências e Matemática pela Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC/UFMT). Professor Adjunto na Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT). Docente do Programa de Pós-Graduação do Mestrado em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática (PPGECM/UFMT). E-mail: eberson76@gmail.com

3 Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP). Professora Adjunta na Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT). Docente do Programa de Pós-Graduação do Mestrado em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática (PPGECM/UFMT). E-mail: eqazevedo@gmail.com

4 Doutora em Educação Científica e Tecnológica pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Professora Adjunta na Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT). Docente do Programa de Pós-Graduação do Mestrado em Ensino de Ciências da Natureza e Matemática (PPGECM/UFMT). E-mail: roselifeistel@gmail.com

Resumen

La presente investigación tuvo como objetivo investigar publicaciones académicas que aborden la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS) de Raymond Duval, para la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría. Se utilizó la metodología de revisión bibliográfica, considerando la búsqueda de publicaciones realizada entre enero de 2016 y junio de 2023. Por constituir uno de los cinco ejes temáticos del área de Matemáticas en la Base Curricular Común Nacional (BNCC), la Geometría debe enseñarse durante las diferentes fases de escolarización. Así, destacamos los niveles de cobertura cubiertos en la investigación, los objetivos propuestos por los investigadores y cómo los elementos del TRRS fueron resaltados y utilizados en los estudios. Los resultados de la investigación mostraron que el TRRS de Raymond Duval se aborda principalmente en la escuela secundaria. En las publicaciones, los investigadores afirman la importancia de los elementos TRRS como favorecedores del desarrollo del pensamiento geométrico.

Palabras Clave: TEnseñanza y Aprendizaje. Geometría. Teoría de los Registros de Representación Semiótica.

1. INTRODUÇÃO

Na prática educativa, percebemos, algumas vezes, que os alunos apresentam dificuldades de aprendizagem na área da Matemática. Dados que corroboram com essa afirmação podem ser observados quando verificamos os índices de aprendizagem disponíveis no Portal QEdu⁵; apenas 34% dos alunos apresentam aprendizado considerado adequado no 5º ano do Ensino Fundamental, 12% no 9º ano do Ensino Fundamental e 4% no Ensino Médio, dados esses apresentados para o estado de Mato Grosso. Diante do exposto, gera-nos uma preocupação em investigar metodologias capazes de favorecer o processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

Também, observamos a dificuldade dos alunos para a aprendizagem geométrica, seja no reconhecimento dos elementos figurais ou nas propriedades que as determinam. Essa ocorrência pode se derivar de várias circunstâncias, seja pela forma de exploração dos conteúdos, dos materiais disponíveis ou, até mesmo, da metodologia utilizada no processo de ensino. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) dispõe eixos temáticos para a aprendizagem matemática que devem ser ensinados ao longo dos anos de escolarização da Educação Básica (Brasil, 2018). A Geometria é o campo de estudo que perpassa todas as fases de escolarização na construção de aprendizagem dos alunos, fato que justifica a motivação de pesquisa para o eixo temático supracitado.

Para Souza, Moretti e Almouloud (2019, p. 323), “os problemas abordados em Geometria, em grande parte, dispõem de figuras geométricas que nem sempre são vistas como deveriam, ou ainda, não são bem elaboradas, assim tornam-se impedimento imediato para o aluno avançar”. Dessa forma, a dificuldade de aprendizagem não se trata da incapacidade do aluno, mas da maneira como são abordados os conteúdos e encaminhadas as atividades matemáticas.

Em meio às discussões, partimos da afirmação que “a Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento” (Brasil, 2018, p. 27). Tal afirmação demonstra que esse campo de estudos pode favorecer outras áreas de aprendizagem, desenvolver a interpretação, o raciocínio lógico, a percepção e a criatividade.

Sob tais considerações, o presente estudo buscou explorar pesquisas envolvendo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), de Raymond Duval, como meto-

⁵ Disponível em: <https://qedu.org.br/especial/mato-grosso/?indicador=aprendizado-matematica&view=mapa>.

dologia de ensino e aprendizagem de Matemática, com especificidade na aprendizagem de Geometria. Isto pois, a TRRS tem se mostrado favorecedora no processo de ensino e aprendizagem, abordando conceitos pouco explorados, o que pode ser proveniente da falta de conhecimento a teoria.

2. PRINCÍPIOS QUE NORTEIAM A TRRS COM DESTAQUE À GEOMETRIA

A TRRS foi desenvolvida pelo filósofo e psicólogo francês Raymond Duval, com pesquisas que se iniciaram por volta de 1970. Esse campo de estudos volta-se ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática e desvela conceitos que se mostram favoráveis à aprendizagem. A TRRS também traz elementos tidos como essenciais para a aprendizagem geométrica, os quais serão melhores detalhados neste estudo.

Segundo Duval (2013, p. 15, grifo do autor), “as dificuldades de compreensão na aprendizagem da matemática não estão relacionadas aos conceitos, mas à variedade de representações semióticas utilizadas e o uso ‘confuso’ que fazem delas”. Dessa forma, a aprendizagem consiste em reconhecer as várias representações para um mesmo objeto, e esse reconhecimento exige uma capacidade cognitiva que precisa ser desenvolvida nos alunos, uma vez que sozinhos não conseguirão desenvolver esse olhar, dito como essencial para a aprendizagem matemática.

Assim, para a compreensão e aprendizagem matemática, Duval (2013) descreve duas formas distintas, sendo uma a face exposta do objeto que corresponde, por exemplo, aos números e às figuras; e a segunda, a face oculta. Essa última depende dos gestos intelectuais que formam o caráter cognitivo e epistemológico, específico da Matemática, pois na ótica de Duval (2013, p. 18), “sem o desenvolvimento deste não podemos nem compreender e nem conduzir uma atividade matemática”.

A TRRS diz respeito à face oculta da atividade matemática. A face oculta é a mais difícil de ser compreendida, pois não é percebida num primeiro momento; ou seja, à primeira vista, é necessário desenvolver essa capacidade. Nessa direção, Duval (2013) enfatiza que

[...] as dificuldades mais profundas, aquelas que param a maioria dos estudantes na entrada da atividade matemática, não decorrem apenas de uma deficiência na aquisição de conceitos, mas de um desconhecimento total dos gestos intelectuais, quer dizer, de operações semio-cognitivas que são próprias da atividade matemática. O domínio desses gestos intelectuais se manifesta no sujeito, por meio de *iniciativas de exploração* e de pesquisa diante de um problema, por *um autocontrole da pertinência matemática* do que ele faz e por uma certa *espontaneidade de transferir conhecimentos* à novas situações (Duval, 2013, p. 21, grifos do autor).

No que se refere à especificidade geométrica, Duval (2022) afirma que, para a aprendizagem, é preciso a mobilidade de dois registros cognitivos de representação muito diferentes, sendo eles: a visualização das formas e a linguagem; visto que a partir deles que se criam novas propriedades. A dificuldade da aprendizagem, muitas vezes, advém da forma como esses dois registros são utilizados nas atividades matemáticas, pois observa-se que, na maioria das atividades propostas, é priorizada a observação apenas do contorno das for-

mas. Para Duval (2022), essas não poderiam ser consideradas propriamente como atividades matemáticas, uma vez que podemos nos ocupar de observar qualquer imagem, sendo ela uma figura geométrica ou a folha de uma árvore, por exemplo.

Em Duval (2022, p. 3), é destacado que “a geometria é o que exige atividade cognitiva mais completa, porque ela solicita o gesto, a linguagem e o olhar. Nela, é necessário construir, raciocinar e ver, indissociavelmente”. Nessa perspectiva, é preciso, além de observar a figura, modificá-la cognitivamente, criando novas propriedades que não são perceptíveis à primeira vista. Esse gesto precisa ser desenvolvido e ensinado, sendo que o professor deverá se apropriar desses conceitos para que consiga mediar o ensino sob essa nova vertente. Nesse âmbito, Oliveira e Buchardt (2018, p. 78) afirmam que “é preciso ser um aprendiz permanente”.

Os elementos descritos como essenciais para a aprendizagem de Geometria presentes na TRRS são definidos em Duval (2022) a partir dos olhares, das apreensões e da desconstrução dimensional, os quais encontram-se descritos no Quadro 1, a seguir.

Quadro 1 – Elementos para aprendizagem geométrica

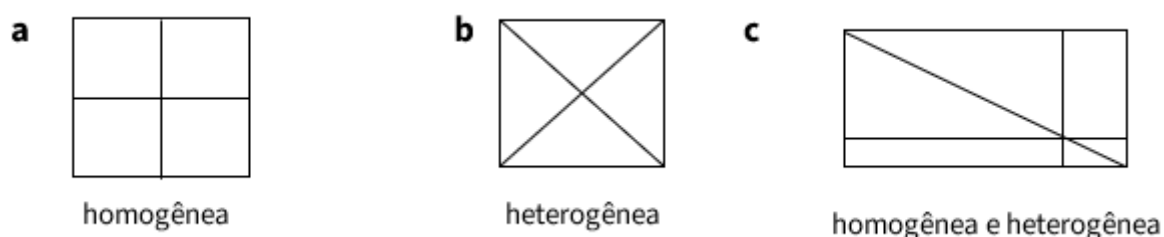
Olhares	Olhar Icônico	Botanista	Reconhecimento imediato das formas, comparando similitudes e diferenças. Ex.: diferenciar um quadrado de um triângulo.
		Agrimensor	Escala de grandeza: medidas realizadas de um terreno, por exemplo—que podem ser representadas em desenhos com escalas menores.
	Olhar não Icônico	Construtor	Construção de figuras com uso de instrumentos como régua e compassos, produzindo propriedades geométricas.
		Inventor	Desconstrução visual: adiciona traços para descobrir novas formas ou propriedades para resolução de problemas.
Apreensões	Perceptiva	Reconhece as formas de imediato.	
	Discursiva	Compreensão ou resolução de problemas por meio do enunciado, teoremas.	
	Operatória	Reorganização mental ou gráfica das figuras, modificação das formas.	Mereológica: divisão em partes, várias subfiguras.
			Ótica: aumento ou diminuição da figura, chamada imagem da figura.
Sequencial	Constrói figuras a partir de instruções, comandos.		
Desconstrução dimensional das formas nD/mD	Em que n/D representa o espaço real que a figura ocupa e m/D representa o espaço em que a figura foi construída. Marcam a passagem de uma dimensão a outra, por exemplo um triângulo 2D e a representação de sua altura 1D (segmentos de reta).		

Fonte: Dados da pesquisa com base em Duval (2012, 2022).

O Quadro 1 apresenta os conceitos referentes aos elementos para aprendizagem em Geometria sob a perspectiva da TRRS. Percebe-se que essa diversidade de elementos, ponderados pela teoria, não são fáceis de assimilação para as atividades matemáticas. Em razão disso, evidencia-se a necessidade de inserção destes frente a conteúdos de aprendizagem durante o período de escolarização dos alunos. Assim, a TRRS traz particularidades únicas e favorece essa nova forma de olhar e operar sobre as figuras. Ao propor a resolução de problemas abordando esses elementos, o professor estará possibilitando aos alunos o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Devido à limitação de espaço, detalharemos apenas parte da complexidade envolvida em alguns elementos da teoria. Assim, a título de ilustração, demonstraremos uma das apreensões, destacando a “apreensão operatória a partir da reconfiguração”; um dos olhares, destacando o “olhar inventor”; e a “desconstrução dimensional”. No Quadro 1, descrito anteriormente, elencamos os conceitos para as possíveis modificações e reconfigurações das figuras que propõem a percepção operatória. As Figuras 1, 2 e 3 ilustram exemplos para essas modalidades.

Figura 1–Reconfigurações mereológicas

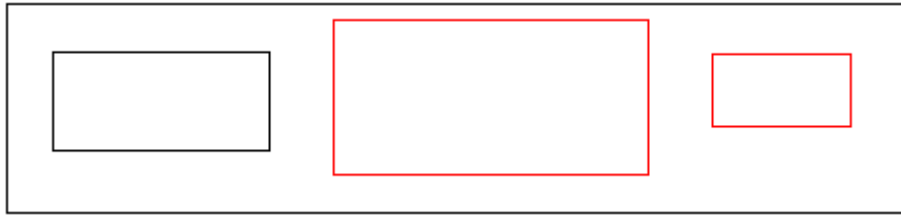


Fonte: Elaborado pelos autores com base em Duval (2012).

As reconfigurações mereológicas, apresentadas na Figura 1, demonstram possibilidades de modificação homogênea e heterogênea. A Figura 1a mantém a forma inicial, subdividindo-se em várias outras de mesma forma. Assim, a partir do quadrado maior, gera-se outros polígonos, quadrados menores.

Na Figura 1b, a classificação heterogênea se dá pois, a reconfiguração faz emergir outras formas diferentes da figura original. Vê-se que, a partir do quadrado, originou-se quatro triângulos. Por fim, a Figura 1c se mescla nas duas formas, homogênea e heterogênea, pois é possível realizar subdivisões da figura com formas congruentes e diversas da originária. Diante disso, observa-se o surgimento, a partir do retângulo originário, de quatro triângulos e de quatro retângulos.

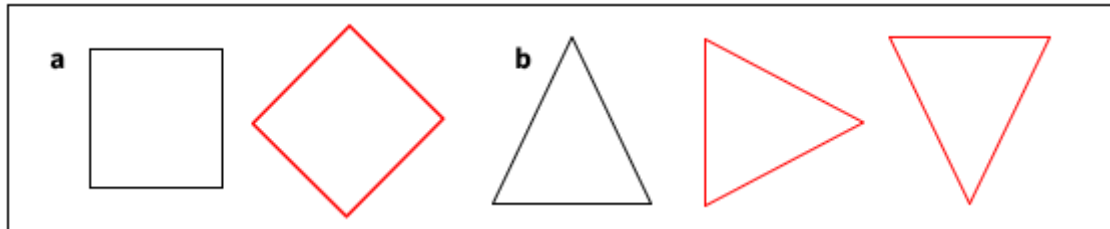
Figura 2 – Reconfiguração ótica



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Na Figura 2, o retângulo foi reconfigurado com representação para tamanhos diferentes, ora ampliados, ora reduzidos. Acerca disso, Duval (2012, p. 125) menciona que a apreensão operatória ótica “transforma uma figura em outra, chamada sua imagem”.

Figura 3 – Reconfiguração posicional

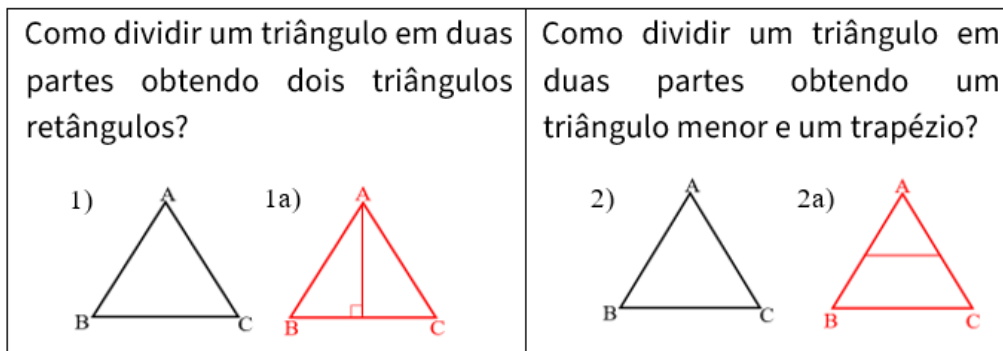


Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Na Figura 3, é apresentada uma reconfiguração a partir do quadrado 3a e do triângulo isósceles 3b. As figuras 3a e 3b foram modificadas a partir de rotações. Na reconfiguração posicional, quanto à figura, podemos “deslocá-la ou rotacioná-la em relação às referências do campo onde ela se destaca” (Duval, 2012, p. 125). Na prática diária, observamos que alguns alunos se confundem ao identificar polígonos pelo fato destes terem sido rotacionados, o que evidencia a importância de se trabalhar essa percepção.

Na Figura 4, elencamos exemplos de atividades, destacando o olhar inventor. Os enunciados trazem duas propostas de problemas a partir da apresentação de um triângulo. Nota-se que, adicionando traços ou segmentos de reta na figura dada, é possível desvelar novas figuras e novas propriedades. Conforme Trevisan (2022, p. 363), “um dado problema é resolvido ao se adicionar elementos não existentes na figura inicial, dessa maneira, a figura é modificada visando encontrar um procedimento de resolução para o problema”.

Figura 4 – Olhar Inventor

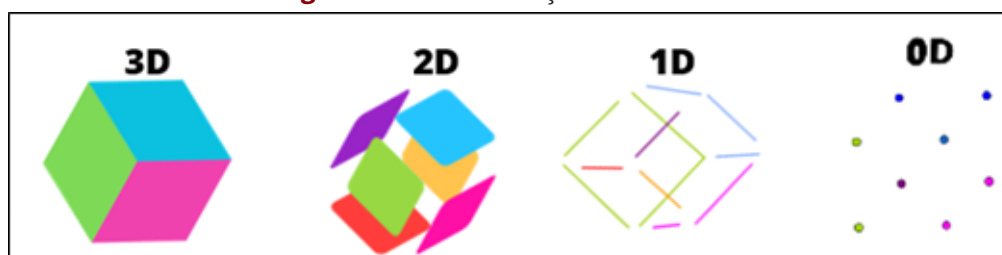


Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Assim, no primeiro problema, observa-se uma das possibilidades de resolução representada no triângulo 1a ao adicionar um segmento na vertical partindo do vértice A até a mediana relativa ao lado BC, em que é possível verificar a resolução para o problema proposto. Contudo, também obterá a resolução caso tivesse adicionado um segmento partindo do vértice B até a mediana do lado AC ou partindo do vértice C até a mediana do lado AB. Da mesma maneira, no segundo problema, ao adicionar um segmento na horizontal, podemos observar no triângulo (2a) a resolução para o problema proposto.

Na Figura 5, apresentamos possibilidades de desconstrução dimensional a partir do cubo (3D/2D), visualizamos seus lados ou faces, transitando entre a dimensão 3D→2D, a partir das faces (2D/2D), transitamos entre a dimensão 2D→1D ao operarmos o olhar sob os segmentos de reta (1D/2D), e, por fim, chegamos aos pontos (0D), transitando entre a dimensão 1D→0D.

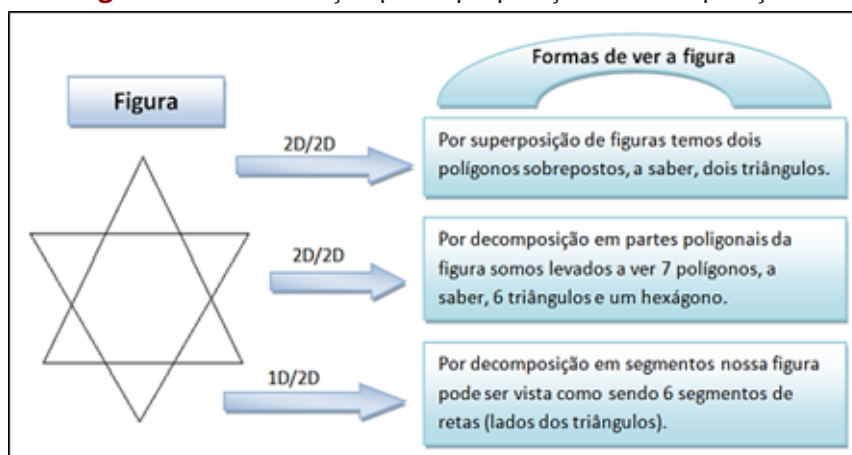
Figura 5 – Desconstrução dimensional



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Para olhar as figuras, transitando entre as diferentes dimensões, há a exigência de um desenvolvimento cognitivo para que se alcance essa habilidade de visualização; é essencial que o professor auxilie nesse treino, pois sozinho o aluno não conseguirá desenvolvê-lo. Trevisan (2022, p. 366) destaca que cabe “aos professores preocuparem-se com o desenvolvimento de atividades que visem a aquisição desse olhar por parte dos alunos”.

Figura 6–Desconstrução por superposição e decomposição



Fonte: Trevisan (2022, p. 365).

Na Figura 6, podemos observar, também, formas de desconstrução sem que haja mudança de dimensão, como descrito ao lado da figura. Dessa maneira, exibe-se possibilidades de desconstruções por superposição 2D/2D (dois triângulos maiores) e decomposi-

ção em parte poligonais 2D/2D (seis triângulos menores e um hexágono). Além destes, Trevisan (2022, p. 365) enfatiza outras possibilidades de visualização/decomposição, como: “os pontos de intersecção dos segmentos de reta, que são elementos 0D/2D, além de elementos que não estão explícitos na figura como o centro (0D/2D) da circunferência que circunscribe os triângulos”.

É possível perceber, por meio das ilustrações aqui demonstradas, a complexidade que envolve o desenvolvimento dos processos cognitivos de visualização e modificação das figuras a que perpassam as diferentes formas dos olhares, das apreensões e da desconstrução dimensional. Para Duval (2022, p. 50), “a ignorância da complexidade cognitiva implicada em toda abordagem da geometria, não é somente prejudicial para o ensino, ela é igualmente para as pesquisas sobre a aprendizagem da geometria”.

Dessa maneira, o ensino e aprendizagem em Geometria será mais significativo quando os conteúdos matemáticos forem analisados em relação à atividade cognitiva, partindo desta, a formação geral do indivíduo (Duval, 2022).

Na próxima seção, abordamos os procedimentos metodológicos utilizados para coleta e análise dos dados da pesquisa.

3. METODOLOGIA

O presente estudo utiliza-se da metodologia de revisão bibliográfica, a qual, para Gil (2023, p. 29), fornece “fundamentação teórica ao trabalho, bem como identificação do estágio atual do conhecimento referente ao tema”. Para tanto, a investigação parte de publicações acadêmicas. Tal revisão é importante pois “muitas teses e dissertações são constituídas por relatórios de investigações científicas originais ou acuradas revisões bibliográficas” (Gil, 2023, p. 48). Isto posto, delimitamos como eixo temático para pesquisa e análise a Geometria, um ensino e aprendizagem sob a perspectiva da TRRS, de Raymond Duval.

Selecionamos o recorte temporal de 2016 a junho de 2023, visto que há publicações do tipo estado da arte semelhante ao tema da pesquisa, tais como de 1990 a 2005 em Colombo, Flores, Moretti (2008), para o período de 2006 a 2009, em Brandt e Moretti (2014), e de 2010 a 2015, o estudo de Pontes, Finck e Nunes (2017). Os bancos de dados selecionados para a busca das produções científicas contemplaram o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e a BDTD (Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações).

Para a filtragem das publicações, foram utilizados descritores acerca do tema de interesse da pesquisa; assim definidos: “Teoria dos Registros de Representação Semiótica”, “Registro de Representação Semiótica”, “Teoria dos Registros de Representação” “Teoria dos Registros de Representação Semiótica e Geometria”, “Raymond Duval”, “Duval”.

Para análise dos resultados, pautamo-nos em elementos da metodologia de Análise de Conteúdo, dividindo-se em três fases, sendo elas: Pré-Análise, Exploração do Material e Tratamento dos Resultados (Bardin, 1977).

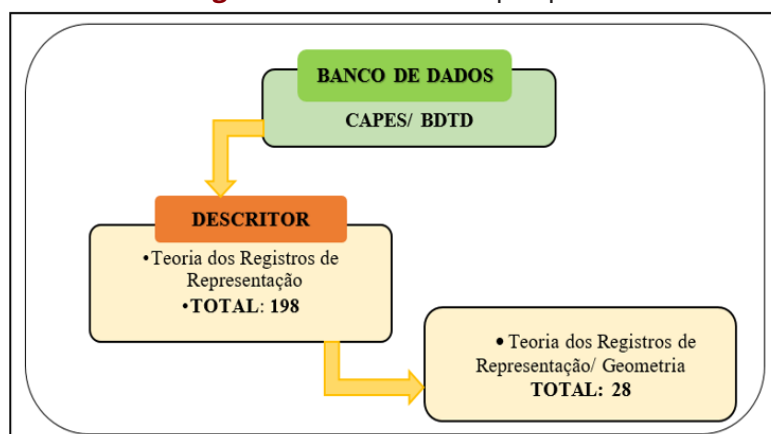
4. ANÁLISES E RESULTADOS

Na Análise de Conteúdo, para a fase da Pré-Análise, realizamos uma leitura flutuante, afim de promover a constituição do *corpus* da pesquisa, na qual selecionamos o material a ser estudado e analisado (Bardin, 1977). Na segunda fase de Exploração do Material, analisamos e classificamos os níveis de abrangência e os objetivos propostos, além de verificar quais elementos da TRRS foram abordados nas pesquisas. Por fim, na terceira fase, Tratamento dos Resultados, realizamos uma breve interpretação do fenômeno investigado.

O mapeamento das pesquisas encontradas, envolvendo a TRRS, de Raymond Duval, retornou 198 publicações. A partir desses resultados, filtramos as pesquisas inserindo o descritor “Geometria”. Dessa forma, obtivemos um retorno de 28 publicações contemplando a temática.

A Figura 7 apresenta os resultados da pesquisa para os bancos de dados da CAPES e da BDTD.

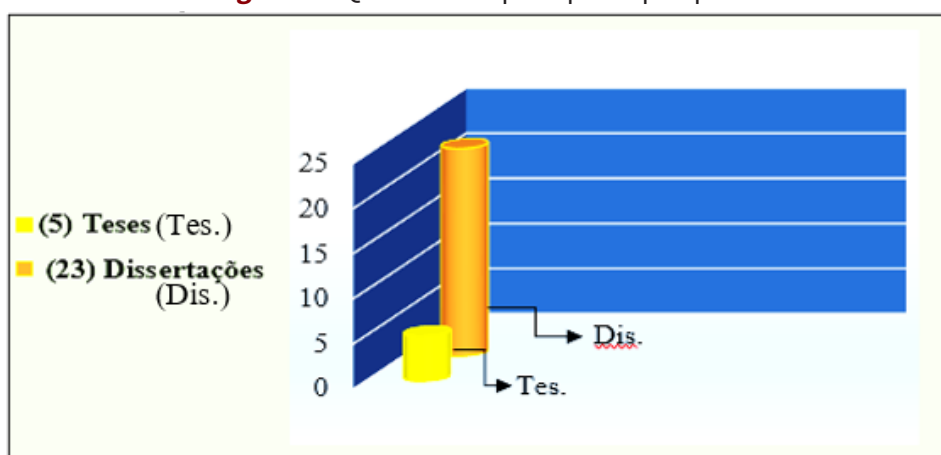
Figura 7 – Resultados da pesquisa



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Na sequência, foi realizada a classificação por tipo de pesquisa a qual segue descrita na Figura 8.

Figura 8 – Quantitativo por tipo de pesquisa



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Conforme observado na Figura 8, das 28 pesquisas encontradas, 23 são dissertações e 5 são teses. As pesquisas estão catalogadas no Quadro 3, sendo descritas quanto ao título, à fonte, ao autor, ao ano de publicação e ao tipo de pesquisa.

Quadro 3 – Catalogação das dissertações e teses encontradas

Seq.	Título/Fonte	Autor/Ano	Tipo de Pesquisa
01	O ambiente dinâmico GeoGebra para o desenvolvimento de aspectos específicos da aprendizagem em Geometria segundo Raymon Duval: olhares, apreensões e desconstrução dimensional https://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/2641	Lopes (2018)	Dissertação
02	Design metodológico para análise de atividades de Geometria segundo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica https://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/1235	Scheifer (2017)	Dissertação
03	Registros dinâmicos de representação e aprendizagem de conceitos de geometria analítica https://lume.ufrgs.br/handle/10183/175209	Bernd (2017)	Dissertação
04	Geometria analítica: articulando registros algébricos e geométricos com o GraFEq https://repositorio.ufsm.br/handle/1/21566	Martinell (2017)	Dissertação
05	Construções com régua e compasso envolvendo lugares geométricos: uma proposta dinâmica aliada a teoria de registros de representação semiótica https://repositorio.ufsm.br/handle/1/6766	Lied (2016)	Dissertação
06	Aprendizagem de conceitos de geometria espacial por estudantes do Ensino Médio: entendimentos produzidos a partir da teoria dos registros de representação semiótica https://bibliodigital.unijui.edu.br:8443/xmlui/handle/123456789/6138	Bullmann (2018)	Dissertação
07	Um estudo de representações semióticas em atividades de Geometria http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/3406	Cruz (2018)	Dissertação
08	Possibilidades na conversão entre registros de geometria plana https://lume.ufrgs.br/handle/10183/151181	Neto (2016)	Dissertação
09	Um estudo sobre o uso do GeoGebra na aprendizagem de geometria analítica no Ensino Médio https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/8870	Silva (2016)	Dissertação
10	Análise e desenvolvimento de jogos digitais: a Matemática do Ensino Fundamental e seus registros de representação semiótica https://repositorio.unifesp.br/handle/11600/64663	Pereira (2020)	Dissertação
11	Abordagem metodológica para o ensino de Trigonometria por meio de material manipulável e registros de representação semiótica https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/1859	Pagliarin (2016)	Dissertação
12	Visualização espacial no Ensino Fundamental: rotações no Geogebra https://lume.ufrgs.br/handle/10183/230638	Oliveira (2021)	Dissertação

13	Geometria das dimensões e quadridimensionalidade https://tede.pucsp.br/handle/handle/22934	Souza (2019)	Tese
14	A compreensão do teorema de Pitágoras pelos alunos com deficiência visual: um estudo sobre as representações semióticas em Geometria https://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tede/12485	Damaceno (2022)	Dissertação
15	Reconfiguração e Matemática: um caminho para a aprendizagem de Geometria https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/169077	Oliveira (2016)	Dissertação
16	Explorando recursos do geogebra no estudo de quádras a partir de diferentes representações https://repositorio.ufsm.br/handle/1/13480	Londero (2017)	Dissertação
17	Realidade aumentada no ensino e aprendizagem dos sólidos geométricos https://guaiaca.ufpel.edu.br/handle/prefix/8179	Duarte (2021)	Dissertação
18	Ensino de Geometria: Construção de materiais didáticos manipuláveis com alunos surdos e ouvintes http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/3212	Santos (2018)	Dissertação
19	Diferentes representações na geometria euclidiana por meio do uso do Geogebra: um estudo com futuros professores de Matemática http://repositorio.uem.br:8080/jspui/handle/1/5811	Zanella (2018)	Tese
20	Ensino e aprendizagem de Geometria Analítica no Ensino Médio: uma experiência com coordenadas e cálculo de distâncias no plano e no espaço https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45135/tde-26012021-201605/fr.php	Domingos (2018)	Dissertação
21	O uso da história da Matemática e do GeoGebra para o ensino e aprendizado da geometria analítica com ênfase no estudo de retas https://ri.ufmt.br/handle/1/3373	Brugnera (2018)	Tese
22	Uma sequência de atividades com enfoque em representações dinâmicas para o desenvolvimento de conhecimentos de semelhança de triângulos https://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/12445	Cabral (2019)	Dissertação
23	O jogo das operações semióticas na aprendizagem da integral definida no cálculo de área https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/206101	Menoncini (2018)	Tese
24	A abordagem dada à taxa de variação no livro didático do Ensino Médio e a sua relação com o conceito da derivada no livro didático do Ensino Superior https://tede2.pucsp.br/handle/handle/20671	Lobo (2017)	Tese
25	Raymond Duval e suas contribuições para a promoção do desenvolvimento do pensamento geométrico na alfabetização: subsídios ao ensino da Geometria https://tede2.uepg.br/jspui/handle/prefix/3758	Carvalho (2022)	Dissertação
26	O trabalho educativo com o software de Geometria dinâmica no quinto ano do Ensino Fundamental https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/25513	Souza (2017)	Dissertação

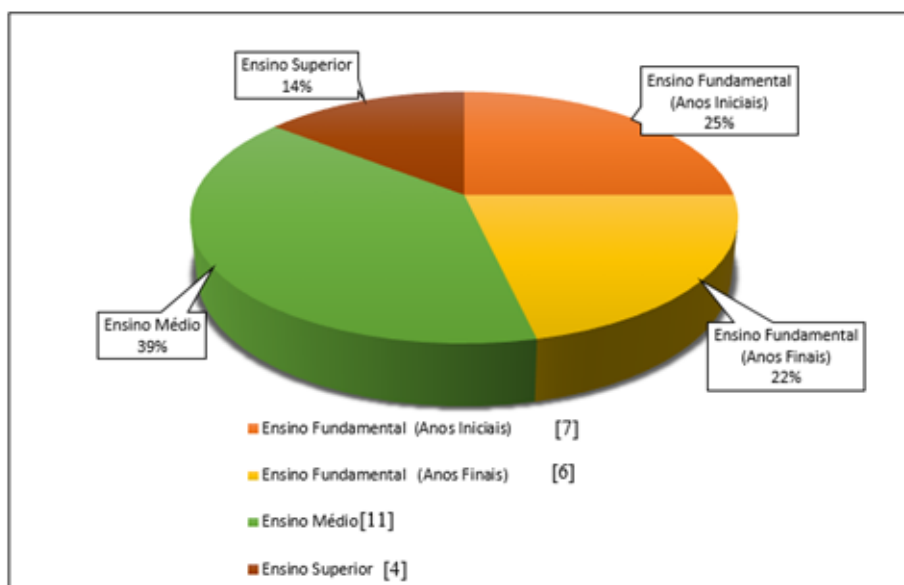
27	Ensino e aprendizagem de figuras planas e espaciais nos anos iniciais do Ensino Fundamental: um olhar à desconstrução dimensional das formas https://www.ufmt.br/curso/ppgecm/pagina/ano-2021/1898	Santos (2021)	Dissertação
28	O estudo de área de figuras planas na transição dos anos iniciais para os anos finais do Ensino Fundamental https://repositorio.pgsscogna.com.br/handle/123456789/31977	Imafuku (2019)	Dissertação

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Nas pesquisas encontradas, destacamos os níveis de abrangência contemplados, sendo eles: Ensino Fundamental (anos iniciais e anos finais), Ensino Médio e Ensino Superior. Ainda, os objetivos propostos por cada pesquisa/pesquisador e as abordagens para o uso da TRRS como metodologia de ensino e aprendizagem para Geometria.

É importante destacar que, segundo Pavanello (1993, p. 7), “há entre os matemáticos opiniões divergentes quanto ao papel da geometria hoje, tanto na educação como na pesquisa matemática”. No entanto, concordamos com Trevisan e Freitas (2017, p. 24) ao afirmarem que “um ensino de Geometria eficaz necessita ser pensado, de forma a dar sentido a problemáticas cotidianas, possibilitando manipulações concretas e empíricas, mas sem perder de vista as bases teóricas e os alicerces da ciência Matemática”. Esse fato corrobora diretamente na tomada de decisão dos educadores quanto às metodologias adotadas ao se trabalhar esse eixo temático. É de sua prática que são retirados muitos problemas para estudos nos programas de Pós-Graduação. Assim, essa diversidade de opiniões também reflete no quantitativo de pesquisas distribuídas pelos níveis de abrangência; dessa forma, sendo distribuídos entre Ensino Fundamental (anos iniciais e finais), Ensino Médio e Ensino Superior, como é possível ver na Figura 9.

Figura 9 – Percentual por nível de abrangência



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Observa-se, pelos dados apresentados na Figura 9, que, 25% das pesquisas estão voltadas aos anos iniciais do Ensino Fundamental e 22% aos anos finais, já, no Ensino Superior,

rior, são 14%. Em relação ao Ensino Médio, os resultados mostram que a maioria das pesquisas foram realizadas nessa etapa, sendo 39%.

No entanto, o fato de termos um número significativo de pesquisas ocorrendo nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em que os professores, em geral, são pedagogos, e não possuem formação específica em Matemática, indica a necessidade desses profissionais em buscar conhecimento e formação aprofundada na área, afim de promover um processo de aprendizagem satisfatório aos alunos, no que diz respeito à Geometria, desde as fases iniciais da escolarização. Sob essa vertente, Caires e Buchardt (2018, p. 80) afirmam que “a construção de estratégias diversificadas de ensino tem sido apontada como alternativa para os desafios encontrados no ensino de diferentes áreas”.

No Quadro 4, estão apresentados os objetivos de cada pesquisa e o respectivo nível de abrangência de ensino. Na primeira coluna, consta-se a sequência (seq.) com números (1, 2, 3...), que se apresentam na mesma ordem dos títulos descritos no Quadro 3. Na segunda coluna, descreve-se os objetivos propostos pelos pesquisadores, uma vez que o direcionamento dado a cada estudo evidencia particularidades únicas nas abordagens realizadas para esse eixo temático. E, na terceira coluna, o nível de abrangência a que se destinam, sendo: Ensino Fundamental (EF), Anos Iniciais (AI), Anos Finais (AF), Ensino Médio (EM) e Ensino Superior (ES).

Quadro 4 – Objetivos e nível de abrangência apresentados nas pesquisas

Seq.	Objetivos	Nível
01	Apontar contribuições referentes ao uso do Geogebra para o trabalho com a Geometria no que diz respeito ao estímulo da visualização de características envolvendo figuras geométricas.	EF/AF
02	Evidenciar, em exemplos de questões da Prova Brasil, a ocorrência das proposições de Duval relativas às ideias da Geometria; e apontar possíveis encaminhamentos para um ensino com o enfoque cognitivo da teoria.	EF/
03	Investigar as possibilidades e as contribuições do uso de softwares de geometria dinâmica para a aprendizagem de conceitos de Geometria Analítica.	EM
04	Resolução de Problemas em ambientes informatizados para Geometria Analítica.	EM
05	Investigar a mobilização de registros envolvendo lugares geométricos, em dois ambientes de aprendizagem: quando se faz uso de papel, lápis, régua e compasso e do software GeoGebra.	ES
06	Identificar aprendizagens no que tange aos conceitos específicos de área e volume, em sólidos geométricos, por meio do desenvolvimento de uma sequência de ensino que faz uso do software Geogebra.	EM
07	Propiciar a análise de significados nos percursos das transformações de registros semióticos, semelhança de polígonos, por meio da exploração de instrumentos acessíveis que podem ser manipulados, produzidos e transformados em outros registros.	EM
08	Utilizar conceitos de Geometria Plana – como Teorema de Pitágoras e semelhanças – e de Geometria Analítica – como equações de reta e cálculos de área via determinantes.	EM
09	Geometria analítica: analisar em que medida o software GeoGebra contribuiu para a aprendizagem dos conteúdos de ponto e de reta.	EM

10	Analisar jogos digitais para o ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental: Contagem e operações básicas, Financeiro, Generalização, Geométrico, Sistemas métricos e Tratamento da informação.	EF/ AI/AF
11	Apresentar funções trigonométricas sob diferentes representações.	ES/EM
12	Verificar as contribuições do software GeoGebra no processo de visualização espacial no Ensino Fundamental, envolvendo rotação e superfícies de revolução.	EF
13	Tecer reflexões acerca da Geometria das dimensões, realizando reconstruções dimensionais.	EM
14	Compreender como alunos com deficiência visual interagem com os diversos registros de representação e como os articulam nas atividades matemáticas sobre o Teorema de Pitágoras.	EF/
15	Desenvolver e aplicar reconfigurações.	EF/AI
16	Explorar recursos do geogebra no estudo de quádras, a partir de diferentes representações.	EM
17	Investigar a utilização da Realidade Aumentada no ensino e aprendizagem dos sólidos geométricos.	ES
18	Analisar resultados de uma Sequência Didática aplicada numa turma de 9º ano com alunos surdos e ouvintes, baseada na construção de materiais manipuláveis, verificando sua participação na mediação do conteúdo de Geometria entre professor e o intérprete de Libras.	EF/AF
19	Compreender como a coordenação de diferentes representações semióticas possibilitada pelo uso do GeoGebra influencia a apreensão de objetos geométricos e suas propriedades.	ES
20	O ensino dos tópicos relativos a coordenadas cartesianas e ao cálculo de distâncias no plano e no espaço.	EM
21	GeoGebra para resolução de problemas que possam viabilizar uma melhor compreensão ou ressignificação dos conceitos de ponto, de coordenadas e de equação da reta.	ES
22	Representações dinâmicas, desenvolvimento de conhecimentos de alunos acerca de Semelhança de Triângulos.	EF/AF
23	GeoGebra para o esboço de curvas e para conversões de representações produzidas nos registros gráfico-geométrico e algébrico; e realização de operações semióticas na aprendizagem da integral no cálculo de área.	ES
24	Investigar os significados da Variação, da Taxa de Variação e da Derivada que podem ser construídos a partir da abordagem de Livros Didáticos do Ensino Médio e do Ensino Superior.	EM
25	Apontar os elementos geométricos em desenhos feitos no livro “Há geometria em todo lugar?”, por crianças do terceiro ano do Ensino Fundamental.	AI
26	Compreender qual a viabilidade do trabalho com o software de Geometria Dinâmica no processo de ensinar e aprender Geometria no quinto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública.	EF/AI
27	Compreender a importância da desconstrução dimensional das formas no processo de ensino e aprendizagem da Geometria, nos anos iniciais do Ensino Fundamental.	EF/AI
28	Analisar a apresentação do estudo de áreas de figuras planas nos livros didáticos utilizados por escolas brasileiras no Ensino Fundamental.	EF/AI

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Dentre as 28 publicações analisadas, 13 (pouco mais de 46%) utilizaram geometria dinâmica por meio do Geogebra, destacando-se como uma tendência de pesquisa no recorte temporal adotado. Dentre os objetos de estudo explorados nas pesquisas, encontramos abordagens para: geometria analítica, análise de livros didáticos, resolução de problemas, cálculos com área e volume de sólidos geométricos, geometria plana, função trigonométrica e reconstrução dimensional.

Grande parte das pesquisas não descreve, de forma clara, quais elementos para aprendizagem de Geometria da TRRS foram utilizados nos estudos, focando em aspectos gerais da teoria. Contudo, percebemos que, quando mencionados, as mais abordadas são as apreensões. Algumas pesquisas descreveram o uso das apreensões perceptiva, sequencial, discursiva e operatória, com destaque para apreensão perceptiva e, também, a operatória, a posicional e a óptica.

No que se refere aos olhares icônicos e não icônicos, estes quase não aparecem mencionados nas pesquisas. As pesquisas apresentam uma abordagem mais geral para o uso da TRRS no que tange ao ensino e aprendizagem de Geometria, apresentando termos como: diferentes formas de registro, tratamento e conversão, reconfigurações, registros (mobilização), conversão das representações, conversão de registros e estímulo à desconstrução dimensional.

Com base nos resultados, percebemos que o ensino e aprendizagem permeou-se em diversas particularidades da Geometria. As diferentes abordagens podem advir das dificuldades observadas pelos professores no cotidiano em sala de aula. Diante de tais discussões, autores como Kluppel e Brandt (2014) afirmam que

a necessidade da volta da geometria no ensino da matemática é compartilhada entre educadores matemáticos, no entanto não existe um consenso quanto as propostas eficientes voltadas para o seu ensino, tanto nas salas de aula do ensino regular quanto nos cursos de formação inicial e continuada de professores que a ensinarão (em curso de Licenciatura em Matemática e em cursos de Licenciatura em Pedagogia) (Kluppel; Brandt, 2014, p. 117).

Nesse viés, o professor torna-se responsável por buscar metodologias que possam favorecer o processo de ensino e aprendizagem, rompendo com as barreiras que acarretam as dificuldades dos alunos. Caires e Buchardt (2018, p. 76) enfatizam que “o professor vive o movimento de reflexão sobre sua prática, problematizando-a, investigando-a, consequentemente produzindo conhecimentos”.

As pesquisas desvelam que a TRRS, de Raymond Duval, se apresenta como promotora no desenvolvimento de um olhar próprio na aprendizagem matemática. Os elementos dispostos pela teoria mostram-se capazes de desenvolver o pensamento geométrico e o olhar matemático. Contudo, desenvolver esse olhar é uma tarefa complexa, Trevisan (2022, p. 366-367) corrobora dizendo que “tal ação pode ser potencializada a partir da necessidade de se buscar atividades que visem proporcionar alternativas para avançar até essa forma de olhar”.

Durante a busca e a análise das pesquisas, observou-se que os elementos da TRRS para a aprendizagem em Geometria ainda são pouco explorados. Com base na seção apresentada acerca dos princípios norteadores da TRRS, com destaque à Geometria, percebemos a complexidade que envolve os elementos presentes na teoria; mas, também, a vasta gama de possibilidades para se trabalhar cada especificidade contida nas apreensões, nos olhares e na desconstrução dimensional.

Para D'Amore e Duval (2023, p. 40, grifos do autor, tradução nossa), “o bloqueio do processo de ensino-aprendizagem da geometria no ensino fundamental e nos primeiros anos do ensino médio advém de ignorar ou negligenciar o conflito entre o ‘dizer’ e o ‘ver’ inerente à geometria elementar”. Dessa maneira, percebemos que é preciso promover aos alunos um embasamento sólido desde os primeiros anos de sua escolarização, visto que essa aprendizagem favorecerá a assimilação de conteúdos mais complexos que permearão o ensino nos anos vindouros que compõem as etapas da Educação Básica.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo buscou analisar pesquisas científicas voltadas a estudos baseados na perspectiva de elementos tidos como essenciais para a aprendizagem em Geometria, presentes na TRRS, de Raymond Duval. O pensamento geométrico e o desenvolvimento do olhar matemático mostram-se complexos, exigindo, por parte dos professores, um empenho em proporcionar aos alunos reflexões acerca dessa temática. Essa reflexão faz-se necessária a fim de possibilitar que a aprendizagem seja construída ao longo da escolarização dos alunos.

Vimos que a teoria abordada em cada pesquisa apresentou particularidades únicas, e que utilizar a teoria como metodologia de ensino pode contribuir significativamente para a aprendizagem dos alunos, desenvolvendo o favorecimento desse olhar matemático.

No mapeamento e análise das publicações, observamos que a teoria de Raymond Duval percorreu todos os níveis de escolaridade da Educação Básica, assim como o nível superior. Contudo, o nível de abrangência com maior ocorrência foi no Ensino Médio. As diversas particularidades relacionadas ao processo de ensino-aprendizagem de Geometria, abordadas na pesquisa, leva-nos a subentender que tais fatores partem das dificuldades observadas em sala de aula, uma vez que não seguem um parâmetro de definição quanto às escolhas.

Podemos verificar que grande parte das publicações não explicitaram, de forma clara, quais elementos foram utilizados no desenvolvimento das pesquisas, apresentando uma abordagem focada em aspectos mais gerais da TRRS. Diante disso, os termos mais utilizados nas abordagens foram: o uso de tratamento e conversão, conversão das representações e conversão de registros.

É importante destacar que, nossa busca, de forma alguma esgotou as possibilidades de identificação para publicações que abordam a TRRS, de Raymond Duval, para o ensino

e aprendizagem de Geometria. Contudo, a presente pesquisa mostra que ainda são poucos os estudos voltados ao processo de ensino-aprendizagem sob a perspectiva dos elementos da TRRS. No entanto, em todas as publicações selecionadas, os autores afirmam resultados positivos quanto à utilização dos elementos sob a perspectiva da TRRS na aprendizagem; uma vez que proporcionaram um avanço na aquisição de novos conceitos e conhecimentos quanto às diversas propriedades geométricas. A teoria revela-se como uma metodologia inovadora, com elementos capazes de potencializar o processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

6. REFERÊNCIAS

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.

BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Mércles Thadeu. O cenário da pesquisa no campo da Educação Matemática à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 7, n. 13, jun. 2014. Disponível em: <<https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/488>>. Acesso em: 23 abr. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf> Acesso em: 20 abr. 2023.

CAIRES DE OLIVEIRA, Fabio; TAVARES BUCHARDT, Arlete. Formação continuada: uma proposta de prática investigativa e interdisciplinar para o ensino de geometria plana. **Revista Prática Docente**, [s. l.], v. 3, n. 1, p. 75–90, 2018. <http://doi.org/10.23926/RPD.2526-2149.2018.v3.n1.p75-90.id191>.

COLOMBO, Janecler Ap. Amorin; FLORES, Claudia R.; MORETTI, Mércles Thadeu. Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática: pontuando tendências. **Zetetike**, Campinas, v. 16, n. 1, 2008. <https://doi.org/10.20396/zet.v16i29.8647035>

D'AMORE, Bruno; DUVAL, Raymond. Similitudes y diferencias entre la educación de la mirada en geometría elemental y en arte figurativo. **Educación Matemática**, Guadalajara, v. 35, n. 1, 2023. <http://doi.org/10.24844/EM3501.02>

DUVAL, Raymond. Abordagem cognitiva de problemas de Geometria em termos de congruência. **REVEMAT-Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 1, p. 118- 149138. Tradução: Mércles Thadeu Moretti. Florianópolis, 2012. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n1p118>

DUVAL, Raymond. As condições cognitivas da aprendizagem da geometria: desenvolvimento da visualização, diferenciação dos raciocínios e coordenação de seus funcionamentos. Trad. ARINOS, Cleide Ribeiro Mota; FREITAS, José Luiz Magalhães de; MORETTI, Thadeu Moretti. **REVEMAT: Revista Eletrônica de Matemática**, Florianópolis, v. 17, p. 1-51, 2022. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2020.e85937>

FREITAS, José Luiz Magalhães de; REZENDE, Veridiana. Entrevista: Raymond Duval e a teoria dos registros de representação semiótica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S. l.], v. 2, n. 3, p. 10–34, 2020. <https://doi.org/10.33871/22385800.2013.2.3.10-34>

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2023.

KLUPPEL, Gabriela Teixeira; BRANDT, Célia. Finck. Reflexões sobre o ensino de Geometria em livros didáticos à luz da Teoria de Representações Semióticas segundo Raymond Duval. In: BRANDT, Célia Finck; MORETTI, Mércles Thadeu (Orgs.). **As contribuições da teoria das representações semióticas para o ensino e pesquisa na Educação Matemática**. Ijuí: UNIJUÍ, 2014.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetike**, Campinas, v. 1, n. 1, 1993. Disponível em: <<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646822>>. Acesso em: 31 ago. 2023.

PONTES, Helaine Maria de Souza; BRANDT, Célia Finck; NUNES, Ana Luiza Ruschel. O estado da arte da Teoria dos Registros de Representação Semiótica na Educação Matemática. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 19, n. 1, p. 297-325, 2017. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2017v19i1p297-325>

SOUZA, Roberta Nara Sodré de; MORETTI, Thadeu Moretti; ALMOULOU, Saddo Ag. A aprendizagem de Geometria com foco na desconstru o dimensional das formas. **Revista Educa o Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 1, p. 322-346, 2019. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i1p322-346>

TREVISAN, Eberson Paulo. Apreensões, olhares e desconstru o dimensional no processo de constru o de provas empíricas e teóricas. **Revista Eventos Pedagógicos**, Sinop, [S. l.], v. 13, n. 2, p. 357-381, 2022. <https://doi.org/10.30681/rep.v13i2.6367>

TREVISAN, Eberson Paulo; FREITAS, José Luiz Magalhães de. A valoriza o de valida es empíricas em atividades geométricas: um reflexo do cenário desenhado para o ensino de Geometria. **Revista Educa o Matemática em Foco**, João Pessoa, v. 6, n. 1, p. 1-39, 2017.

Informa es do artigo

Recebido: 26 de abril de 2024.

Aceito: 19 de setembro de 2024.

Publicado: 14 de outubro de 2024.

Como citar esse artigo (ABNT)

SANTOS, Regiane Ferreira da Silva; TREVISAN, Eberson Paulo; AZEVEDO, Elizabeth Quirino de; FEISTEL, Roseli Adriana Bl mke. Teoria dos Registros de Representa o Semiótica: uma investiga o em Geometria acerca de produ es científicas brasileiras. **Revista Prática Docente**, Confresa/MT, v. 9, e24027, 2024. <https://doi.org/10.23926/RPD.2024.v9.ee24027.id918>.

Como citar esse artigo (APA)

Santos, R. F. da S., Trevisan, E. P., Azevedo, E. Q. de., & Feistel, R. A. B. (2024). Teoria dos Registros de Representa o Semiótica: uma investiga o em Geometria acerca de produ es científicas brasileiras. *Revista Prática Docente*, 9, e24027. <https://doi.org/10.23926/RPD.2024.v9.e24027.id918>.

Editor da Seção

Walber Christiano Lima da Costa  